



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE  
Instituto de Matemática, Estatística e Física

**GABRIEL ZARDO BECKER**

ANÁLISE DE MODELOS FENOMENOLÓGICOS PARA  
INTERAÇÃO FÓTON-FÓTON EM ALTAS ENERGIAS: UMA  
ESTIMATIVA PARA FUTUROS ACELERADORES  
ELÉTRON-PÓSITRON

ANALYSIS OF PHENOMENOLOGICAL MODELS FOR  
PHOTON-PHOTON INTERACTION AT HIGH ENERGIES: AN  
ESTIMATE FOR FUTURE ELECTRON-POSITRON  
ACCELERATORS

Rio Grande  
2020

GABRIEL ZARDO BECKER

ANÁLISE DE MODELOS FENOMENOLÓGICOS PARA INTERAÇÃO  
FÓTON-FÓTON EM ALTAS ENERGIAS: UMA ESTIMATIVA PARA  
FUTUROS ACELERADORES ELÉTRON-PÓSITRON

ANALYSIS OF PHENOMENOLOGICAL MODELS FOR PHOTON-PHOTON  
INTERACTION AT HIGH ENERGIES: AN ESTIMATE FOR FUTURE  
ELECTRON-POSITRON ACCELERATORS

Monografia de qualificação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande como requisito para a obtenção do título de Licenciado em Física

Qualification monograph presented to the Institute of Mathematic, Statistics and Physics and the Federal University of Rio Grande in fulfillment of the requirement for the Degree in Physics,

**Orientador: Prof. Dr. João Thiago de Santana Amaral**

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À  
VERSÃO FINAL DA MONOGRAFIA  
DEFENDIDA POR GABRIEL ZARDO  
BECKER E ORIENTADA PELO PROF. DR.  
JOÃO THIAGO DE SANTANA AMARAL.

Rio Grande  
2020



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE**  
**Instituto de Matemática, Estatística e Física**

A Comissão Julgadora dos trabalhos de Defesa de Monografia de qualificação, composta pelos Professores Doutores a seguir descritos, em sessão pública realizada em 07 de dezembro de 2020, considerou o candidato Gabriel Zardo Becker aprovado.

**Prof. Dr. João Thiago de Santana Amaral**  
Presidente da Comissão Julgadora

**Prof. Dr. Darci Luiz Savicki**  
IMEF/FURG

**Prof. Dr. Emmanuel Gräve de Oliveira**  
IFM/UFSC

A Ata de Defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de monografia e na Secretaria do Programa de Graduação em Física do Instituto de Matemática, Estatística e Física.

# Agradecimentos

Somos fruto do ambiente que nos constitui e das pessoas com quem convivemos. Por esse motivo, tenho a agradecer a tudo e a todos.

Primeiramente, agradeço três pessoas importantíssimas que permanecem no meu coração. Meu bizavô, João Morganti (1915-2005), com simplicidade e seus livros de planetas, estrelas e dinossauros, aos 4 anos de idade em diante, me fizeram vislumbrar que o mundo é muito maior do que aparenta ser. A minha querida avó, Anilda Hugentobler Becker (1932-2014), que me deu muito amor e me mostrou a importância das pessoas nesse mundo. Ao meu avô, Egydio Zardo (1936-2020), que sempre me incentivou a fazer as coisas com zelo e dedicação.

Agradeço ao meu pai, Ricardo Henrique Becker, que me conectou com as preocupações ambientais e a minha mãe, Márcia Zardo, que me incentivou a enfrentar os desafios. Ao meu grande amigo e apoiador nos melhores e piores momentos, Marco Aurélio de Oliveira, que têm me ajudado na busca pelo sentido de humanidade, fraternidade e solidariedade.

O curso de física na Universidade Federal do Rio Grande (FURG), sou eternamente grato por todo apoio e infraestrutura que essa fantástica universidade me proporcionou. Assim como o apoio financeiro das intuições governamentais de fomento, CNPq e FAPERGS, foram essenciais para a realização deste trabalho.

Em relação a minha carreira acadêmica, muitas pessoas queridas contribuíram nessa jornada em busca pelo conhecimento. Nada seria de uma faculdade sem seus professores que merecem uma dedicatória especial. O Prof. Luiz F. Mackedanz, com quem tive a graça da 1<sup>o</sup> bolsa de estudos e foi, como coordenador do curso, muito atencioso no intrínseco acerto de matrículas. A Profa. Aline G. Dytz, sou inteiramente grato pela oportunidade de trabalhar na gestão do PIBID. O Prof. Cláudio M. Maekawa que teve muita paciência ao me ajudar na matemática e a entender seus significados na física, essenciais para que eu ultrapassasse as dificuldades no decorrer do curso. Tenho um agradecimento profundo ao Prof. Darci L. Savicki, meu 1<sup>o</sup> orientador em pesquisa que me ensinou muito, me mostrou o maravilhoso potencial da programação científica e se tornou um grande parceiro nos trabalhos acadêmicos, do qual desejo nutrir por muitos anos, para resolver problemas da dissipação de poluentes na atmosfera. O Prof. João T. S. Amaral, que me oportunizou trabalhar em algo que eu amo fazer, cuja pesquisa resultou neste trabalho de conclusão de curso. Consegui ter a maestria de me orientar nesse oceano de conhecimento da física de partículas. Parceria essa que, sem dúvida, desejo que perdure em muitos outros trabalhos futuros. Agradeço ao Prof. Emmanuel G. de Oliveira por ter aceitado participar da banca deste trabalho e por ter me motivado a alcançar voos mais altos. Agradeço também ao Prof. Magno V. T. Machado pelas importantes sugestões, que contribuíram para a melhora do texto deste trabalho.

É no dia-a-dia da universidade em que encontramos também as(os) melhores mestras(es). Um agradecimento especial às professoras que tanto admiro, Profa. Eliane Cappelletto, que sua motivação em desenvolver experimentos ao ensino me mostrou a

maravilha que pode ser uma aula didática. A Profa. Rafaela R. Araújo que me orientou no estágio e foi uma grande parceira em trabalhos publicados e cuja dedicação ao ensino da física é inspiradora. Agradeço também aos professores que foram importantes para a compreensão dos fenômenos físicos e deduções matemáticas, Prof. Cristiano B. Mariotti, que sempre deu importância especial aos significados da matemática, Prof. Pedro R. Santoro, que sempre foi esclarecedor nos momentos de dúvidas, Prof. Juan S. V. Salvador, que fez uma aula de Mec. Estatística, da qual mostrou aquela conexão entre a física e matemática que faz brilhar os olhos.

Agradeço ainda todos os demais professores e técnicos do IMEF, que aqui-acola tivemos conversas nos corredores, que sempre foram muito importantes. Aos antigos colegas que gostavam de falar de física e criavam a atmosfera de busca de conhecimento, Vinícius V. Becker, Juilson P. P. Perreira, Felipe V. Vargas, Geferson Lucatelli, J. Taneo Shida G., Rodrigo, R. Cardozo, Matheus S. Colmeneiro, Mário Neves.

# Resumo

Neste trabalho é estudada a interação fóton-fóton em colisões elétron-pósitron, utilizando o formalismo de dipolos da QCD (Quantum Chromodynamics) em altas energias. Um elemento importante nessa abordagem é a seção de choque da interação dipolo-dipolo, que pode ser expressa em termos da amplitude de espalhamento dipolo-próton utilizada no DIS (Deep Inelastic Scattering), e esta, por sua vez, pode ser modelada. Aqui, utilizamos para tal amplitude, o modelo AGBS, o único no formalismo de dipolos no espaço de momentum, aplicado pela primeira vez na interação entre fótons. Outros modelos no espaço de coordenadas são também analisados como GBW, IIMS, RCBK e TKM, com parâmetros atualizados. São acrescentadas as contribuições de Reggeons, QPM e quarks pesados em todos os modelos abordados. Com cálculos numéricos, utilizando FORTRAN, obteve-se bons resultados com todos os modelos na descrição da seção de choque real, virtual, a função de estrutura do fóton e produção inclusiva de charm-anticharm. Evidencia-se a distinção entres os modelos, principalmente no regime de altas energias esperado para os futuros aceleradores elétron-pósitron.

**Palavra-Chave:** Interação fóton-fóton, Cromodinâmica Quântica, formalismo de dipolos, física de altas energias, futuros aceleradores elétron-pósitron.

# Abstract

In this work, the photon-photon interaction in electron-positron collisions is studied, using the QCD (Quantum Chromodynamics) dipole formalism at high energies. An important element in this approach is the cross section of the dipole-dipole interaction, which can be expressed in terms of the dipole-proton scattering amplitude used in DIS (Deep Inelastic Scattering), and this, in turn, can be modeled. Here, we use the AGBS model for this amplitude, the only one in the formalism of dipoles in the momentum space, applied for the first time in the interaction between photons. Other models in the coordinate space are also analyzed, such as GBW, IIMS, RCBK and TKM, with updated parameters. The contributions of Reggeons, QPM and heavy quarks are added to all models covered. With numerical calculation, using FORTRAN, good results were obtained with all models in the description of the real, virtual cross section, the photon structure function and inclusive charm-anticharm production. The distinction between models is evident, especially in the high energy regime expected for future electron-positron accelerators.

**Keyword:** Photon-photon interaction, Quantum Chromodynamics, dipole formalism, high energy physics, future electron-positron accelerators.

# Lista de Figuras

1.1	Ilustração da colisão de partículas no LHC no detector ATLAS. . . . .	13
1.2	Ilustração da aceleração de partículas no ILC. . . . .	13
1.3	Interação QED . . . . .	14
1.4	Interação QCD . . . . .	14
1.5	Reação $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+X$ . . . . .	15
1.6	Reação $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+\gamma^*\gamma^* \rightarrow e^-e^+X$ . . . . .	16
1.7	Reação $\gamma\gamma \rightarrow X$ (ARTEAGA-ROMERO et al., 1971) . . . . .	17
1.8	Comparação entre fotoprodução e criação/aniquiação (BERGER; WAGNER, 1987) . . . . .	17
1.9	Seção de choque $\gamma\gamma$ , $\gamma e$ e colisões $e^-e^+$ (BOOS et al., 2001) . . . . .	19
1.10	Diagramas das interações fóton-fóton (ACCIARRI et al., 1999) . . . . .	20
1.11	DIS elétron-próton . . . . .	21
1.12	Interação dipolo-próton . . . . .	21
1.13	Interação dipolo-dipolo . . . . .	22
2.1	Interação fóton-fóton no modelo de dipolos. . . . .	27
2.2	Função de onda de um fóton . . . . .	31
2.3	Função de onda fóton-fóton . . . . .	33
2.4	Interação dipolo-dipolo pela função heaviside. . . . .	37
2.5	Evolução do dipolo (projétil) com o intervalo de rapidez. . . . .	39
2.6	Diagrama dos termos de interação da equação BK . . . . .	40
2.7	Escalamento Geométrico do DIS-ep (STAŚTO; GOLEC-BIERNAT; KWIECIŃSKI, 2001). . . . .	43
2.8	Modelo AGBS no espaço de momentum. . . . .	45
2.9	Solução numérica de ondas progressivas da equação BK (SOYEZ, 2006). . . . .	45
2.10	Constante de acoplamento variável da QCD (BETHKE, 2007). . . . .	46
2.11	Modelos para Amplitude de Espalhamento. . . . .	48
2.12	Modelo GBW: $\sigma_g^{\gamma\gamma}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2)$ em relação a $r_{1,2}[\text{GeV}^{-1}]$ . . . . .	49
2.13	Modelo IIMS: $\sigma_g^{\gamma\gamma}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2)$ em relação a $r_{1,2}[\text{GeV}^{-1}]$ . . . . .	49
2.14	Modelo AGBS: $\sigma_g^{\gamma\gamma}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2)$ em relação a $r_{1,2}[\text{GeV}^{-1}]$ . . . . .	49
2.15	Modelo RCBK: $\sigma_g^{\gamma\gamma}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2)$ em relação a $r_{1,2}[\text{GeV}^{-1}]$ . . . . .	49
2.16	Diagramas das contribuições em baixa energia . . . . .	51
2.17	Contribuição de Reggeons $\sigma_R^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}$ . . . . .	52
2.18	Diagrama de Caixa do espalhamento $\gamma\gamma$ . . . . .	53
2.19	Contribuição do QPM . . . . .	55
2.20	Análise do parâmetro $\Lambda$ . . . . .	57
3.1	Seção de choque real fóton-fóton ( $\sigma^{\gamma\gamma}$ ) . . . . .	60
3.2	Contribuição da produção de quarks leves, charm e bottom em $\sigma^{\gamma\gamma}$ . . . . .	61



3.3	Seção de choque fóton-fóton virtual $\sigma^{\gamma^*\gamma^*}$ . . . . .	62
3.4	Contribuição da polarização em $\sigma_{i,j}^{\gamma^*\gamma^*}(Q^2 = 3.5 \text{ GeV}^2)$ . . . . .	63
3.5	Contribuição da polarização em $\sigma_{i,j}^{\gamma^*\gamma^*}(Q^2 = 14 \text{ GeV}^2)$ . . . . .	63
3.6	Função de estrutura do fóton $F_2^\gamma/\alpha$ . . . . .	64
3.7	Contribuição da polarização em $F_{2,i,j}^\gamma(Q^2 = 1.9 \text{ GeV}^2)/\alpha$ . . . . .	65
3.8	Contribuição da polarização em $F_{2,i,j}^\gamma(Q^2 = 17.8 \text{ GeV}^2)/\alpha$ . . . . .	66
3.9	Produção exclusiva de charm-anticharm $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow c\bar{c}X)$ . . . . .	67

# Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros do modelo GBW para quarks pesados . . . . .	41
2.2	Parâmetros do modelo IIMS para quarks pesados . . . . .	42
2.3	Parâmetros do modelo AGBS para quarks pesados . . . . .	45
2.4	Parâmetros selecionados de acordo com qui-quadrado reduzido $\tilde{\chi}^2$ . . . . .	58

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>12</b>
1.1	Epistemologia da Interação Fóton-Fóton . . . . .	15
1.2	O Futuro da Interação Fóton-Fóton . . . . .	22
<b>2</b>	<b>Metodologia</b>	<b>26</b>
2.1	Interação Fóton-Fóton no Modelo de Dipolos . . . . .	26
2.1.1	Função de Onda do Fóton - $\Psi(r, z; Q^2)$ . . . . .	28
2.1.2	Seção de Choque Dipolo-Dipolo - $\sigma^{dd}$ . . . . .	33
2.1.3	Amplitude de Espalhamento Dipolo-Próton - $\mathcal{N}(r, Y)$ . . . . .	38
2.1.4	Características das Interações . . . . .	47
2.2	Contribuições . . . . .	50
2.2.1	Em Baixas Energias: QPM e Reggeons . . . . .	50
2.2.2	Em Altas Energias: Quarks Pesados . . . . .	55
2.2.3	Seção de Choque Total $\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}$ . . . . .	55
2.3	Análise de Parâmetros . . . . .	56
<b>3</b>	<b>Resultados</b>	<b>59</b>
3.1	Seção de Choque Real $\sigma^{\gamma\gamma}$ . . . . .	59
3.2	Seção de Choque Virtual $\sigma^{\gamma^*\gamma^*}$ . . . . .	61
3.3	Função de Estrutura do Fóton $F_2^\gamma$ . . . . .	64
3.4	Produção de Charm-Anticharm $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow c\bar{c}X)$ . . . . .	66
	<b>Conclusões</b>	<b>68</b>
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>70</b>

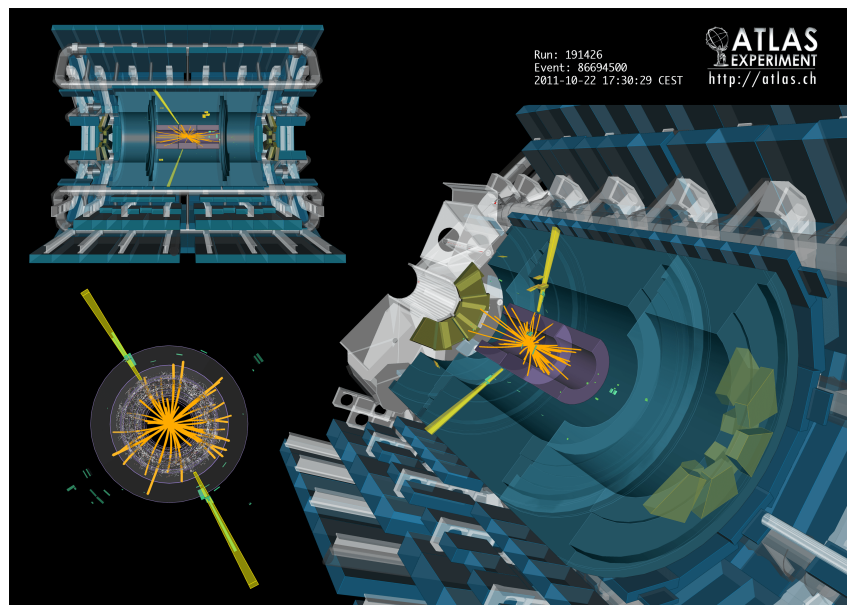
# Capítulo 1

## Introdução

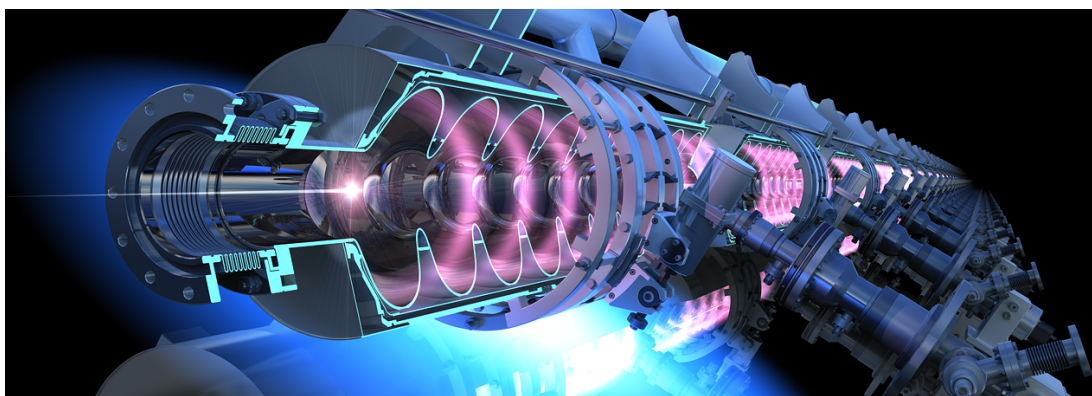
No decorrer deste trabalho, apresenta-se de forma introdutória os aspectos físicos e matemáticos, envolvidos nas abordagens teóricas, do estudo da interação entre dois fótons. Os capítulos estão organizados na seguinte forma: na introdução, Cap.(1), é apresentado a evolução, ao longo dos anos, do processo investigativo da interação de dois fótons, assim como as expectativas para os futuros aceleradores. Na metodologia, Cap.(2), é apresentado o embasamento teórico utilizado neste trabalho, onde cada termo é abordado e discutido, a fim de evidenciar os aspectos físicos envolvidos e suas influências nos observáveis da interação; nos resultados, Cap.(3), é apresentado a seção de choque real, virtual, função de estrutura e a produção inclusiva de charm-anticharm, a partir de todos os modelos. Demonstra-se que os modelos AGBS e TKM se distinguem dos demais com o aumento da energia, enquanto os modelos GBW, IIMS e RCBK descrevem de forma similar a maioria dos observáveis físicos. Inclusive, realiza-se uma análise das contribuições de cada quark nas interações, assim como dos estados de polarização do fóton; na conclusão, é discutida a distinção dos modelos e suas respectivas previsões para os futuros aceleradores.

Alguns resultados neste trabalho são inéditos para a interação fóton-fóton. Os cálculos numéricos, desenvolvidos em grande parte pelo autor deste trabalho, utiliza a linguagem FORTRAN e os gráficos são feitos em XMGRACE e JULIA. As citações, referidas ao longo do texto, são de tradução livre, uma vez que a maior parte da bibliografia é de artigos e livros internacionais. Espera-se assim, que este trabalho possa contribuir à física de partículas de altas energias, com a análise fenomenológica às previsões da interação de dois fótons para os futuros aceleradores elétron-pósitron.

Uma das formas de compreender a estrutura do universo é buscar entender como se comportam as suas menores partes, que denominamos de partículas fundamentais, como elétrons, quarks e fótons. A teoria utilizada para descrevê-las é o Modelo Padrão, “a mais sofisticada teoria matemática sobre a natureza” (MOREIRA, 2009) e que utiliza a Teoria Quântica de Campos (*Quantum Field Theory* - QFT) para descrever as interações destas partículas. A investigação desses processos são realizadas através de aceleradores de partículas como o LHC (*Large Hadron Collider*) e o futuro acelerador de elétron e pósitron ILC (*International Linear Collider*), apresentado respectivamente na Fig.(1.1)<sup>1</sup> e Fig.(1.2)<sup>2</sup>, cujo desenvolvimento e aprimoramento tecnológico vêm contribuindo muito para a investigação da natureza das partículas elementares.



**Figura 1.1:** Ilustração da colisão de partículas no LHC no detector ATLAS.



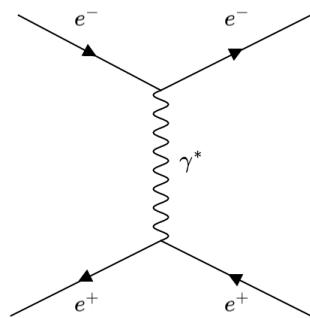
**Figura 1.2:** Ilustração da aceleração de partículas no ILC.

<sup>1</sup><https://atlas.cern/>

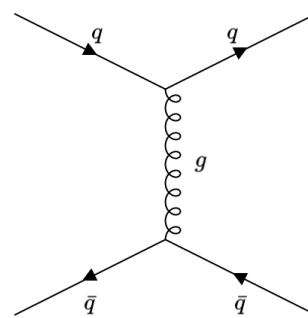
<sup>2</sup><https://www.iwate-ilc.jp/eng/what-is-the-ilc/>

A Eletrodinâmica Quântica (*Quantum Electrodynamics* - QED) é a teoria de campos utilizada para descrever a interação de partículas eletricamente carregadas como elétrons ( $e^-$ ) e pósitrons ( $e^+$ ), antimatéria dos elétrons com carga elétrica positiva. Através desta teoria, compreendeu-se que léptons (como elétron  $e^-$ , múons  $\mu$  e taus  $\tau$  e suas antipartículas) interagem pela troca de fótons virtuais ( $\gamma^*$ ), o bóson da QED. Essa interação é ilustrada pelo diagrama de Feynman na Fig.(1.3), lendo da esquerda para direita, temos que o elétron e pósitron com energia e momentum inicial trocam um fóton virtual, que carrega a informação do campo elétrico gerado por essas cargas pontuais, e resulta em uma possível mudança do momentum e da energia destas partículas no estado final. O fóton possui uma grandeza chamada de virtualidade, que está associado ao fato deste carregar momentum durante a interação. Pelo curto tempo de sua existência não é detectado diretamente, mas observado de forma indireta.

Outro campo fundamental e de grande interesse deste trabalho é a Cromodinâmica Quântica (*Quantum Chromodynamics* - QCD), responsável por descrever o comportamento das partículas subnucleares, como os quarks que constituem os prótons e os nêutrons. Através desta teoria, tornou-se possível compreender aspectos da dinâmica da interação entre pártons (quarks e glúons), a qual é realizada pelo próprio glúon ( $g$ ), o bóson da QCD. Como ilustrado na Fig.(1.4), observa-se um quark ( $q$ ) e um antiquark ( $\bar{q}$ ) interagindo pela troca de um glúon.



**Figura 1.3:** Interação QED



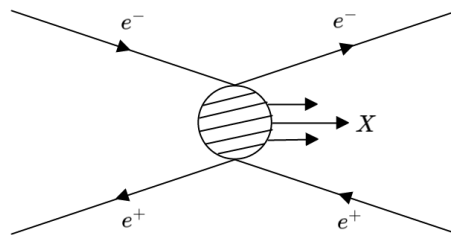
**Figura 1.4:** Interação QCD

Uma das características mais relevantes que distinguem a QED da QCD está associada com a interação dos seus bósons. Os fótons por não possuírem carga elétrica não interagem diretamente entre si, enquanto os glúons podem interagir uns com os outros por possuírem carga da interação forte, denominada de carga de cor. Desta forma, como é possível estudar a interação entre dois fótons? Para entender esta questão, convido o

leitor para o próximo tópico em que a epistemologia da interação entre fótons é analisada de forma introdutória.

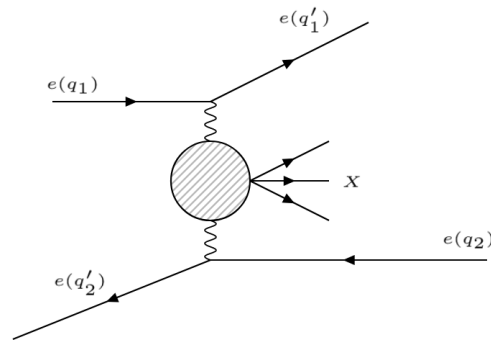
## 1.1 Epistemologia da Interação Fóton-Fóton

Com os aceleradores de partículas, evidenciou-se um mecanismo de hadronização (produção de hádrons) a partir de colisões inelásticas entre elétrons e pósitrons (BRODSKY; KINOSHITA; TERAZAWA, 1971), como ilustrado na Fig.(1.5). Este processo pressupõe que durante a interação há alguma influência da força forte, por se tratar de um processo limpo, em que as partículas incidentes são fundamentais, visto que na reação,  $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+X$ , os pares  $e^-e^+$  são descritos pela QED e o conjunto de partículas hadronizadas  $X$ , formadas por quarks e glúons, são descritas pela QCD.



**Figura 1.5:** Reação  $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+X$

Este fenômeno foi constatado como evidência de efeitos não lineares na teoria, devido às interações do fóton com o vácuo, motivando a busca por termos além da ordem dominante nas equações da QED e a investigação da interação forte entre os fótons (KANE; BASAVARAJU, 1967). A partir da prévia destes conceitos, o processo da reação pôde ser compreendido como  $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+\gamma^*\gamma^* \rightarrow e^-e^+X$ . Representada esquematicamente na Fig.(1.6), pode-se observar que a interação  $e^-e^+$  é mediada por dois fótons ( $\gamma^{(*)}$ ), sendo um oriundo do elétron e outro do pósitron, resultando em um estado final leptônico ou hadrônico qualquer  $X$  e o par  $e^-e^+$ . Uma reação de espalhamento denominada inclusiva, em que se identifica o par  $e^-e^+$  no estado final. Compreendeu-se assim, que toda a hadronização se deve apenas pela interação entre os fótons  $\gamma^{(*)}\gamma^{(*)} \rightarrow X$ .



**Figura 1.6:** Reação  $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+\gamma^*\gamma^* \rightarrow e^-e^+X$

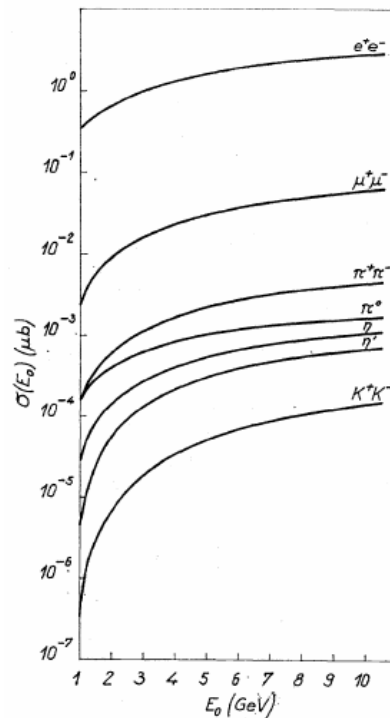
Uma das formas de explicar esse processo é descrito por (BEATA KRUPA; ZAWIEJSKI, 2018),

Um fóton, por exemplo, pode flutuar por um curto período de tempo num par lépton-antilépton ou quark-antiquark. Os fótons podem, portanto, interagir com outras partículas diretamente como um todo ou por meio de partículas produzidas por suas flutuações quânticas. A diversidade do comportamento dos fótons nos permite investigar sua natureza leptônica ou hadrônica (BEATA KRUPA; ZAWIEJSKI, 2018).

No entanto, segundo (ARTEAGA-ROMERO et al., 1971), a limitação teórica estava em conjunto com a limitação experimental e estimava-se que a influência dos "ruídos" nos detectores estivesse suprimindo algumas observações, por exemplo a limitação dos experimentos em medir pequenos ângulos de espalhamento e pelo corte na energia da interação nos detectores, ocasionando uma eliminação de fundo. Esses efeitos de fundo eram um grande problema, pois as partículas que perdiam energia nas interações de espalhamento se assemelhavam com as partículas incidentes e não interagentes do feixe inicial. Assim, tornava-se difícil distinguir a assinatura do espalhamento elástico elétron-pósitron (por troca de dois fótons), em relação aos processos de criação/aniquilação.



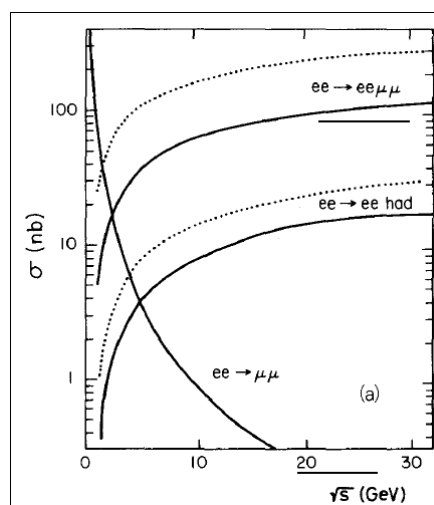
Apresenta-se na Fig.(1.7) o resultado da seção de choque, em função da energia  $E_0$  do feixe elétron-pósitron da reação  $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+X$ . Percebe-se que o processo é dominado pela produção de léptons,  $X = e^-e^+$  e  $X = \mu^+\mu^-$ . Nos níveis mais sensíveis dos detectores há evidências do processo de hadronização, como  $X = \pi^+\pi^-$ , entre outros.



**Figura 1.7:** Reação  $\gamma\gamma \rightarrow X$  (ARTEAGA-ROMERO et al., 1971)

A interação forte se tornava evidente pelos experimentos, mas outro comportamento em especial se tornava intrigante, como o fato da seção de choque crescer muito mais com o aumento da energia, em forte contradição com o processo de criação/aniquiação entre elétrons e pósitrons (ARTEAGA-ROMERO et al., 1971), como observado na Fig.(1.8), a partir dos resultados experimentais do detector PLUTO (1981).

Segundo (BERGER; WAGNER, 1987), evidencia-se a dependência da seção de choque com a energia para o processo de espalhamento  $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+\mu^-\mu^+$  e  $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+ \text{hádrons}$ , em comparação com o de criação/aniquiação produzindo léptons  $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ .



**Figura 1.8:** Comparação entre fotoprodução e criação/aniquiação (BERGER; WAGNER, 1987)

Com a investigação dos efeitos da QCD nas interações, houve o aumento de evidências da força forte nos experimentos da interação entre dois fótons. Descobriu-se, por exemplo, evidências dos glúons no acelerador  $e^-e^+$  de PETRA em 1979 e a confirmação da interação entre quark-glúon e glúon-glúon pelo LEP no início de 1990 (BÖHRER; KRAWCZYK, 2002). Segundo (KHOZE, 1994), o campo de estudo desses fenômenos se tornou uma área

"[...] inegavelmente rica, pois as colisões entre hádron-hádron e elétron-pósitron possuem elementos em comum. Fótons podem interagir em diferentes formas: mésons vetoriais, pártons ou através do seu conteúdo de quarks-glúons"(KHOZE, 1994).

Essas diferentes formas do fóton interagir são importantes em baixas energias e necessárias na análise deste trabalho, conforme apresentado na Sec.(2.2). À medida que aceleradores mais potentes foram sendo construídos, o interesse na interação entre fótons foi crescendo e as teorias se tornando mais completas e sofisticadas.

[...] os processos de hadronização em altas energias se tornaram um campo rico para investigar e testar a interação forte, principalmente, ao surgir um assunto de grande interesse associado a função de estrutura do fóton, em que o fóton pôde começar a ser considerado como hádron (BÖHRER; KRAWCZYK, 2002).

Embora já houvesse medições desde o final de 1970 da função de estrutura, que descreve a densidade de distribuição partônica dentro do fóton (FINCH, 2001), era necessário aumentar ainda mais tanto a energia dos aceleradores elétron-pósitron, quanto a sensibilidade dos detectores. Na física teórica, muitos modelos diferentes eram utilizados para descrever os fenômenos envolvidos (GINZBURG, 2015), tanto por primeiros princípios como empiricamente (BERGER; WAGNER, 1987). No decorrer dos anos, alguns destes se tornaram obsoletos e outros continuam a contribuir para a compreensão intrínseca da matéria. Dentro deste vasto oceano desconhecido, a chegada do Grande Colisor Elétron-Pósitron (*Large Electron-Positron Collider* - LEP) (SCHOPPER, 2009), utilizado entre os anos 1989 e 2000, contribuiu para enxergarmos mais fundo e melhor a Natureza, possibilitando um enorme avanço nos estudos da interação fóton-fóton (KOLANOSKI, 1984)(KIENZLE-FOCACCI; WADHWA, 2002). Por essa razão os dados experimentais do LEP são utilizados neste trabalho.

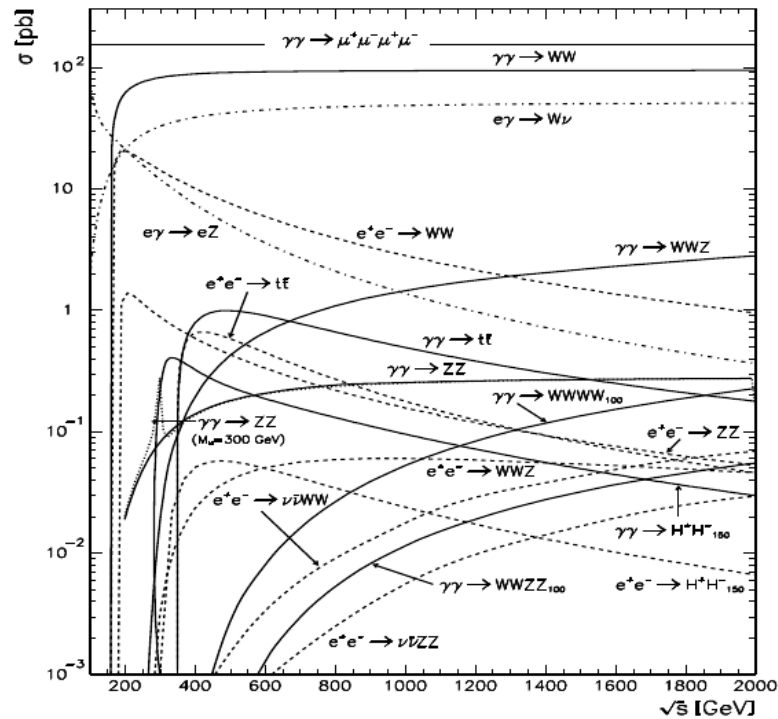


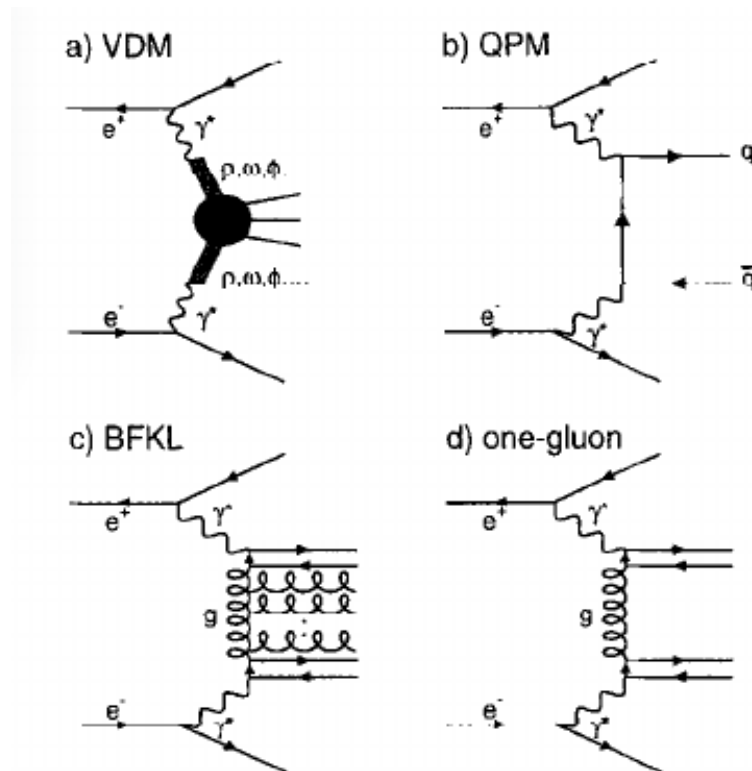
Figura 1.9: Seção de choque  $\gamma\gamma$ ,  $\gamma e$  e colisões  $e^-e^+$  (BOOS et al., 2001)

Segundo (BOOS et al., 2001) os "[...] experimentos recentes no SLC, LEP, Tevatron e HERA confirmaram a alta precisão do Modelo Padrão (SM) [...]", tornando-se possível verificar os vários modos de interação proveniente de dois fótons, como apresentado na Fig.(1.9), em que se evidencia os "processos banhados a ouro em colisores de fótons"(BOOS et al., 2001). Como é possível observar, o estudo da interação fóton-fóton é vasto e com muitos modos distintos de produção de partículas. No entanto, neste trabalho, analisa-se apenas o processo em que os fótons interagem e produzem um estado hadrônico qualquer.

À medida que a energia dos aceleradores aumentaram, tornou-se cada vez mais necessário utilizar a Cromodinâmica Quântica para descrever estes fenômenos. A seção de choque fóton-fóton começou a ser investigada a partir de equações de evolução da QCD (BRODSKY; FADIN et al., 2002)(NIKOLAEV; SPETH; ZOLLER, 2002). Por exemplo, alguns estudos se basearam na equação BFKL (SALAM, 1999) (GONÇALVES; MACHADO; SAUTER, 2007) (GONCALVES; KRUMREICH; SAUTER, 2020), que considera a evolução com a energia, mas que não inclui efeitos não lineares da QCD. A maior parte das abordagens teóricas utilizadas para descrever a interação fóton-fóton, em energias moderadas, também incluem as contribuições da QED nas interações, conforme (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002),

A maioria desses modelos combinam a Dominância de Méson Vetoriais (*Vector Meson Dominance* - VDM) com o Modelo Partônico de Quarks (*Quark Parton Model* - QPM) adequadamente estendida para a região de baixas virtualidades (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002).

Com tantos mecanismos de produção de partículas a partir da interação entre dois fótons, os mais relevantes atualmente estão apresentados na Fig.(1.10). Estes serão melhor discutidos na Sec.(2.2). Pode-se observar as contribuições dominantes em baixas energias descritas pela QED, como VMD (a) e QPM (b), e de altas energias descritas pela QCD, como a troca simples (d) de glúons e, através da equação de evolução BFKL, trocas múltiplas de glúons (c) (ACCIARRI et al., 1999).

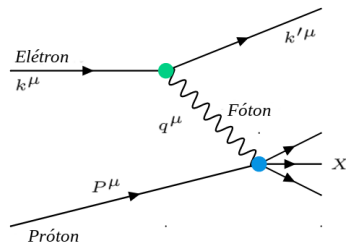


**Figura 1.10:** Diagramas das interações fóton-fóton (ACCIARRI et al., 1999)

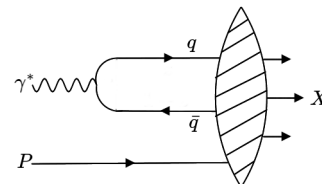
No entanto, para estudar as interações em mais altas energias, é interessante utilizar equações que incluem os efeitos não lineares da QCD, associado à física de saturação, um comportamento esperado na região de altas energias em que se considera a superposição de glúons. Uma das equações mais simples para este regime de energia é a equação de Balistky-Kovchegov (BK) (KOVCHGOV, 1999)(KOVCHGOV, 2000), onde uma breve revisão desta é apresentada na Sec.(2.1.3). Apesar de haver poucos trabalhos na literatura que a utilizam para descrever a interação fóton-fóton, esta pode

se tornar mais importante à medida que experimentos alcançam energias de ordens mais altas nas colisões.

O que torna interessante estudar os observáveis físicos a partir da equação BK é por esta ser construída através do formalismo de dipolos e ser uma abordagem importante para testar a dinâmica da QCD. No referencial de dipolo, considera-se que o fóton possui energia suficiente para se separar em um par de quark-antiquark, um dipolo, devido às flutuações do vácuo. Um dos exemplos do sucesso dessa abordagem é o espalhamento profundamente inelástico elétron-próton (DIS- $ep$ ) (DEVENISH; COOPER-SARKAR, 2004), cujo processo é descrito pela reação  $ep \rightarrow e\gamma^*p \rightarrow eX$ , conforme demonstrado na Fig.(1.11). De modo que, a interação elétron-próton pode ser reduzido à interação fóton-próton, que por sua vez, pode ser descrita pela interação dipolo-próton, conforme a reação ( $\gamma^*p \rightarrow dp \rightarrow X$ ), apresentado na Fig.(1.12). A abordagem do formalismo de dipolos nos estudos do DIS- $ep$ , confirmaram a existência de uma estrutura interna no próton, antes considerado uma partícula fundamental, passou a ter provas de que este é formado por partículas ainda mais elementares, como quarks e glúons.



**Figura 1.11:** DIS elétron-próton

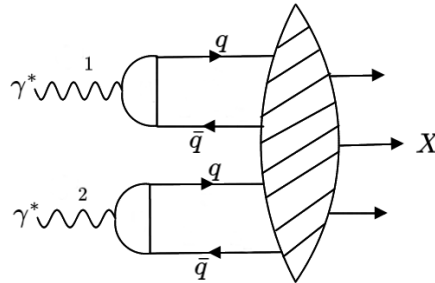


**Figura 1.12:** Interação dipolo-próton

Um modo de calcular a seção de choque dipolo-próton, Fig.(1.12), é a através da amplitude de espalhamento dipolo-próton, que é solução da equação BK. Ou seja, ao utilizar a amplitude de espalhamento  $dp$ , tem-se que a física de saturação e outros aspectos da física de altas energias estão incluídas para descrever a interação. Inspirado nessas propriedades, alguns autores buscaram uma modelagem que fosse possível utilizar um outro fóton como alvo ao invés do próton, a fim de estender a seção de choque dipolo-próton à prescrição de uma seção de choque de dipolo-dipolo.

Segundo (DONNACHIE; DOSCH; RUETER, 2000), é possível estudar a interação fóton-fóton a partir da interação dipolo-dipolo. Assim, esta abordagem apresenta uma forma natural de descrever como a interação de dois fótons pode produzir um estado hadrônico. Pois, o par de quark-antiquark destes dipolos interagem

fortemente por intermédio de glúons, propiciando a hadronização no estado final da interação, conforme ilustrado na Fig.(1.13).



**Figura 1.13:** Interação dipolo-dipolo

Um dos primeiros autores que utilizaram a física de saturação para descrever os observáveis físicos da interação fóton-fóton foram (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002), com a prescrição TKM, que continua sendo importante na atualidade devido à correspondência entre seu modelo teórico e os dados experimentais. Posteriormente, (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011) apresentaram uma nova maneira de descrever a interação entre dois fótons a partir da prescrição IKT. Ambas abordagens são baseadas na amplitude de espalhamento dipolo-próton.

Assim, com as propostas recentes, presentes na literatura, torna-se possível desenvolver uma modelagem matemática e simulação numérica da seção de choque fóton-fóton no regime de altas energias a partir de diferentes modelos para amplitude de espalhamento dipolo-próton. De modo que, neste trabalho apresentamos uma análise atualizada para os modelos AGBS, IIMS, GBW e RCBK, utilizando as prescrições IKT e TKM, apresentadas em detalhes na Cap.(2). Com a expectativa de novos aceleradores de partículas, torna-se importante analisar e testar as teorias contemporâneas, a fim de verificar como estas preveem a região de mais altas energias dos futuros aceleradores elétron-pósitron.

## 1.2 O Futuro da Interação Fóton-Fóton

A busca por aceleradores elétron-pósitron ganhou uma maior visibilidade e incentivo nos últimos anos, principalmente, após a confirmação experimental do Bóson de Higgs em 2012 (AAD et al., 2012). Com esses aceleradores haverá a capacidade "[...] de colocar a física de partículas em um novo regime de precisão de seus experimentos

[...]"(BEATA KRUPA; ZAWIEJSKI, 2018). Com isso inúmeros fenômenos poderão ser melhor estudados, como os observáveis físicos da interação fóton-fóton. Desta forma, o surgimento de aceleradores mais potentes facilitará a verificação dos modelos fenomenológicos estudados neste trabalho.

Atualmente, estão sendo elaborados quatro novas propostas de aceleradores que devem alcançar tanto energias mais altas quanto maior virtualidade e luminosidade, capazes de suprimir a escassez dos dados experimentais atuais na região de altas energias. Entre estes há dois lineares: Colisor Linear Compacto (*Compact Linear Collider - CLIC*)<sup>3</sup> (SICKING; STRÖM, 2020) no CERN e o Colisor Linear Internacional (*International Linear Collider - ILC*)<sup>4</sup> (BAER et al., 2013) no Japão. Outros dois são circulares: Colisor Elétron-Pósitron Circular (*Circular Electron-Positron Collider - CEPC*)<sup>5</sup> na China e o Futuro Colisor Circular (*Future Circular Collider - FCC*)<sup>6</sup> no CERN.

Uma das características que distinguem esses aceleradores é a maior energia obtida no centro de massa da colisão. Nos lineares, deve-se alcançar até 1 TeV para o ILC e 3 TeV para o CLIC, muito além do limite obtido pelo LEP, de 0.15 TeV. Segundo (LESIK, 2019), nos circulares há perda energia por síncrotron, mas ganho em luminosidade, devido à capacidade de realizar o processo, repetidas vezes, e por colimar intensamente o feixe de elétrons-pósitron na faixa de nanômetros, ao contrário do LEP que alcançava a ordem de 50 mm. Esses novos detectores permitirão a obtenção de dados em um ângulo maior da colisão, correspondendo a uma maior virtualidade dos fótons nas interações. Isso permitirá realizar um estudo muito interessante, com fótons altamente virtuais em altas energias. Segundo (BEATA KRUPA; ZAWIEJSKI, 2018), a interação de dois fótons virtuais nesta configuração é denominado como um "processo dourado", por possibilitar a investigação dos processos entre DGLAP e a dinâmica do párton pela BFKL.

No entanto, a região de interesse deste trabalho corresponde a de altas energias, uma vez que estamos interessados na física de saturação. Deste modo, dentre os aceleradores citados, aqueles que podem contribuir para este estudo são os lineares, ILC e CLIC. Para compreender um pouco mais seu funcionamento, segundo o comitê

---

<sup>3</sup><http://clic-study.web.cern.ch>

<sup>4</sup><http://www.linearcollider.org/ILC>

<sup>5</sup><http://cepc.ihep.ac.cn>

<sup>6</sup><http://fcc.web.cern.ch>

internacional para futuros aceleradores (*International Committee for Future Accelerators*):

O ILC irá acelerar e colidir elétrons e suas antipartículas, pósitrons. Cavidades supercondutoras de aceleradores de radiofrequência operando em temperaturas próximas do zero absoluto fornecem às partículas cada vez mais energia até que elas colidam nos detectores no centro da máquina. No pico da operação, feixes de elétrons e pósitrons colidem cerca de 7.000 vezes por segundo com uma energia de colisão total de 250 GeV, criando uma onda de novas partículas que são rastreadas e registradas nos detectores do ILC. Cada conjunto conterá 20 bilhões de elétrons ou pósitrons concentrados em uma área muito menor do que a de um fio de cabelo humano (ICFA... , s.d.).

No ILC, a fonte crônica de fundo mais importante vem das colisões fóton-fóton, para as quais a seção de choque é de centenas de nanobars (nb). Os cruzamentos de agrupamento são espaçados por cerca de 300 ns; em cada cruzamento de feixe, esperamos cerca de uma colisão fóton-fóton, produzindo alguns hádrons no estado final. Cada cruzamento de feixe  $e^-e^+$  produz um grande número de pares de elétron-pósitron secundários, mas estes estão principalmente confinados a um pequeno volume dentro de 1 cm do feixe (BAER et al., 2013).

O Compact Linear Collider (CLIC) é um conceito para um futuro acelerador de partículas linear que visa explorar a próxima fronteira de energia. O CLIC colidirá elétrons com pósitrons e é atualmente a única opção madura para um colisor linear multi-TeV. O acelerador terá entre 11 km e 50 km de comprimento e é proposto para ser construído no CERN, com os primeiros feixes por volta de 2035, [...] baseado em uma nova técnica de aceleração de dois feixes em um gradiente de aceleração de 100 MV/m, sua construção em estágios fornecerá colisões em três energias de centro de massa de até 3TeV para um alcance físico ideal. O CLIC é um projeto global de mais de 70 institutos em mais de 30 países, o projeto ainda estuda novas tecnologias que podem ser usadas para expandir a faixa de energia de uma máquina CLIC para atingir colisões a 10 TeV ou mais.<sup>7 8</sup>

Estima-se que as informações provenientes destes futuros laboratórios, possam melhor elucidar os aspectos físicos envolvidos na interação fóton-fóton. Além

---

<sup>7</sup><https://clic.cern/>

<sup>8</sup><https://linearcollider.web.cern.ch/content/news-linear-collider-collaboration.html>



disso, segundo (BEATA KRUPA; ZAWIEJSKI, 2018), o processo de dois fótons é um pano de fundo para análises de sinais da nova física (física além do Modelo Padrão), como pode ser observado no trabalho (GOUNARIS; PORFYRIADIS; RENARD, 1999) e mais recentemente em (SAHARA; UEMATSU; KITADONO, 2012), que apresentam previsões para o comportamento da função de estrutura do fóton a partir da supersimetria na região de baixas energias, além da produção de Bóson de Higgs (ASNER et al., 2003),(D'ENTERRIA; MARTINS; TELES, 2017) e interações entre fóton-gráviton (MACHADO, 2017). Isso torna a investigação da interação fóton-fóton ainda uma área pujante e de pleno interesse científico, que pode contribuir para uma melhor compreensão das estruturas fundamentais da natureza.

Deste modo, este trabalho apresenta resultados atualizados para os observáveis físicos da interação fóton-fóton através de cálculos numéricos. Analisam-se os comportamentos destes na região de mais altas energias, além do limite máximo apresentado pelo LEP. Espera-se que com os futuros aceleradores, possamos confrontar os resultados teóricos obtidos por este trabalho para com os dados experimentais. Por este motivo, escolheu-se verificar, atualizar e comparar diferentes modelos que possibilitam a formulação da seção de choque fóton-fóton, de modo a abranger e consolidar a compreensão dos aspectos físicos envolvidos, assim como evidenciar semelhanças e diferenças entre as abordagens utilizadas.

# Capítulo 2

## Metodologia

Neste capítulo será apresentado o embasamento teórico utilizado para o desenvolvimento deste trabalho. Com uma breve introdução à física de saturação da QCD, demonstram-se as abordagens utilizadas para descrever os observáveis físicos da interação fóton-fóton. A fim de obter uma compreensão fenomenológica dos processos, realiza-se a análise de algumas etapas da interação, desde o comportamento dos modelos utilizados, a função de onda para dois fótons, seção de choque dipolo-dipolo, amplitude de espalhamento até as contribuições de Reggeons, QPM e quarks pesados, além da análise dos parâmetros e a seleção dos mesmos.

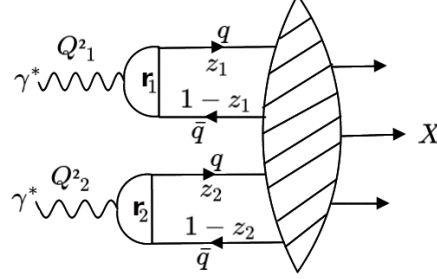
### 2.1 Interação Fóton-Fóton no Modelo de Dipolos

Como inicialmente discutido na introdução, segundo (DONNACHIE; DOSCH; RUETER, 2000), a interação fóton-fóton pode ser naturalmente explicada com o formalismo de dipolos, em que o fóton pode ser decomposto pela soma de seus estados de Fock:

$$|\gamma^*\rangle = |\gamma^*\rangle + |q\bar{q}\rangle + |q\bar{q}g\rangle + \dots$$

Deste modo, fica explícito os estados que podem interagir através da força forte, sendo o par quark-antiquark o mais importante que forma o dipolo de cor (KOVCHEGOV; LEVIN, 2012). Quando o formalismo de dipolos se torna válido, na região de mais altas energias, pode-se considerar a densidade de probabilidade do fóton se dissociar num dipolo através da função de onda do fóton, que é melhor discutido na Sec.(2.1.1). Assim, a interação de dois fótons pode ser descrita através da interação entre dois dipolos, que por

sua vez, interagem por meio de glúons, produzindo um estado hadrônico  $X$ , conforme apresentado na Fig.(2.1).



**Figura 2.1:** Interação fóton-fóton no modelo de dipolos.

Algumas grandezas importantes para descrever essa interação são: (i) A virtualidade do fóton ( $Q^2$ ), que está associada com a diferença entre o momentum inicial ( $q$ ) e final ( $q'$ ) da partícula incidente, na forma  $Q^2 = -(q - q')^2$ , conseqüentemente, relacionado com o momentum do fóton. Através da dualidade onda-partícula de De Broglie, pode-se compreender que quanto maior o momentum do fóton, menor será seu comprimento de onda e mais fundo na estrutura da matéria o fóton é capaz de investigar. De modo que, o aumento da virtualidade reflete no aumento da resolução em que um fóton investiga o outro durante a interação; (ii) o tamanho transversal dos dipolos  $r_{1,2}$ , está associado a distância do par quark e antiquark. Pela interpretação da seção de choque de dipolos, tem-se que para pequeno  $r$  a carga de cor do quark e de anticor do antiquark estão tão próximas que pode ser considerado um dipolo incolor, ou seja, com carga nuclear forte nula. Enquanto que a medida que os dipolos se distanciam, a intensidade da interação entre os quarks se torna maior, devido a maior emissão de glúons dentro do dipolo; (iii) quando o fóton se dissocia em um dipolo, pela conservação de momentum, uma fração do momentum ( $z_{1,2}$ ) é carregado pelo quark e o restante ( $1 - z_{1,2}$ ) pelo antiquark.

Assim, conforme (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002), torna-se possível descrever a seção de choque fóton-fóton a partir da seção de choque dipolo-dipolo, que leva em conta a troca de graus de liberdade gluônica, na forma:

$$\begin{aligned} \sigma_{gluon}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}(W^2, Q_{1,2}^2) &= \sum_{i,j}^{T,L} \sum_{a,b=1}^{N_f} \int_0^1 dz_1 \int d^2\mathbf{r}_1 |\Psi_i^a(z_1, \mathbf{r}_1, Q_1^2)|^2 \\ &\times \int_0^1 dz_2 \int d^2\mathbf{r}_2 |\Psi_j^b(z_2, \mathbf{r}_2, Q_2^2)|^2 \sigma_{a,b}^{dd}(r_{1,2}, Y) \end{aligned} \quad (2.1)$$

$W^2$  é o quadrado da energia de centro de massa do sistema fóton-fóton;  $\sigma_{a,b}^{dd}(r_{1,2}, Y)$  é a seção de choque dipolo-dipolo, em que neste trabalho, é abordada com duas prescrições diferentes, conforme apresentadas na Sec.(2.1.2). Observa-se que a seção de choque dipolo-dipolo depende do intervalo de rapidez ( $Y$ ), o qual está associado ao espalhamento do processo e é descrito na forma  $Y = \ln(1/x)$ . O  $x$  de Bjorken é uma variável importante do espalhamento profundamente inelástico (DIS), descrito pela razão do momentum entre o projétil e o alvo, está relacionado com a distribuição glúonica no alvo. Com o aumento de  $Y$  há uma maior emissão desses glúons pelo dipolo, de modo que, a fração de momentum do par quark-antiquark é dividida por um grande número de glúons, "a grande parte destes glúons, em altas energias, carregam pequena fração de momentum"(DE OLIVEIRA, 2010). Assim, considera-se que um pequeno  $x$  de Bjorken corresponde a um regime de altas energias. Maiores detalhes sobre a evolução dos dipolos é apresentada na Sec.(2.1.3).

Outro termo importante para calcular a seção de choque fóton-fóton é densidade de probabilidade do fóton se dissociar em um dipolo, descrita pelo módulo da função de onda do fóton ao quadrado ( $|\Psi_{i,j}^{a,b}|^2$ ), onde são considerados os estados de polarização ( $i, j = T, L$ ) para cada um dos fótons, cujas combinações são somadas. Os índices ( $a, b$ ) corresponde aos sabores dos quarks envolvidos na interação, incluindo a contribuição dos quarks leves (*up, down, strange*) e pesados (*charm e bottom*), os quais são somados até  $N_f = 5$ . Devido a importância da função de onda do fóton na formulação da Eq.(2.1), optou-se por detalhar alguns aspectos de suas características, na próxima seção, que podem elucidar a influência do tamanho dos dois dipolos e de suas respectivas virtualidades para os observáveis físicos.

### 2.1.1 Função de Onda do Fóton - $\Psi(r, z; Q^2)$

Através da QED é possível deduzir a função de onda do fóton e descreve a densidade de probabilidade do fóton flutuar tanto em léptons como em pártons, se considerar apenas o caso em que o fóton flutua em um par de quarks-antiquarks e é possível estudar o processo no formalismo de dipolos pela QCD perturbativa na região de pequeno  $x$  de Bjorken (NIKOLAEV; ZAKHAROV, 1991). Através desta abordagem, pode-se desenvolver uma ampla aplicação do formalismos de dipolos nos estudos do espalhamento profundamente inelástico (DIS). Como mencionado anteriormente, a função

de onda descreve a densidade de probabilidade do fóton flutuar em um par de quark-antiquark, um dipolo de cor, que interage fortemente com o alvo. No referencial de dipolo, os fótons carregam a maior parte da energia do processo, possibilitando este se dissociar em dipolos. Nesse referencial especial, a flutuação deve ser maior que o tempo de interação entre o projétil e o alvo. Segundo (FORSHAW; ROSS, 1997),

"[...] o tempo de vida das flutuações  $q - \bar{q}$  do fóton virtual é enorme em comparação com o tempo típico durante o qual o par interage com o alvo; como tal, podemos considerar o tamanho transversal do par congelado ao longo do tempo de interação [...]"((FORSHAW; ROSS, 1997), p.188).

O módulo ao quadrado da função de onda de um fóton com seus estados de polarização, transversal (T) e longitudinal (L) é dada por (NIKOLAEV; ZAKHAROV, 1991) (MUELLER, 1990):

$$|\Psi_i(r, z; Q^2)|^2 = \frac{2N_c\alpha_{em}}{4\pi^2} \sum_q e_q^2 \begin{cases} [z^2 + (1-z)^2]\bar{Q}_q^2 K_1^2(\bar{Q}_q r) + m_q^2 K_0^2(\bar{Q}_q r) & , i = T \\ 4Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\bar{Q}_q r) & , i = L \end{cases} \quad (2.2)$$

em que  $\bar{Q}_q^2 = z(1-z)Q^2 + m_q^2$  e  $K_i$  é a função de Bessel modificada (ou função de McDonald) de ordem  $i$ , sendo  $N_c = 3$  o número de cores (RGB) dos quarks,  $\alpha_{em} = 1/137$  a constante de acoplamento da QED e  $z$  é a fração de momentum carregado pelo quark e  $(1-z)$  pelo antiquark.

Algumas características da função de onda do fóton podem ser compreendidas através de uma análise de seu comportamento para pequeno e grande tamanho de dipolo. Por exemplo, pode-se observar que a Eq.(2.2) diverge logaritmicamente para pequenos dipolos, devido o limite assintótico da função modificada de Bessel na aproximação de  $x \rightarrow 0$  ((HARRIS, 2012), p.691-692):

$$K_\nu(x)_{x \rightarrow 0} \approx 2^{\nu-1}(\nu-1)!x^{-\nu} + \mathcal{O} + \dots \quad (2.3)$$

$$K_0(\bar{Q}_q r) \approx -\ln(\bar{Q}_q r) + \mathcal{O} + \dots \quad (2.4)$$

$$K_1(\bar{Q}_q r) \approx \frac{1}{\bar{Q}_q r} + \mathcal{O} + \dots \quad (2.5)$$

de modo que, a função nesse limite pode ser reescrita como:

$$|\Psi_i(r, z; Q^2)|_{r \ll 1}^2 \approx \begin{cases} \frac{z^2 + (1-z)^2}{r^2} + m_q^2 \ln^2(\bar{Q}_q r) & , i = T \\ Q^2 z^2 (1-z)^2 \ln^2(\bar{Q}_q r) & , i = L \end{cases} \quad (2.6)$$

Caso seja considerado ainda a região de pequena fração de momentum e pequeno tamanho de dipolo, têm-se que  $\ln(\bar{Q}_q r) \approx \ln(m_q r)$ . Segundo (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002), nesse limite a função de onda do fóton da Eq.(2.6) é dominada pela polarização transversal, sendo aproximadamente  $|\Psi_T(r, z; Q^2)|_{r, z \ll 1}^2 \approx 1/r^2$ . No entanto, para grande dipolo o módulo da função de onda ao quadrado, da Eq.(2.2), cai exponencialmente, visto que para  $|x| \gg 1$ , a função de Bessel é assintoticamente,

$$K_\nu(x)_{|x| \gg 1} \approx \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \exp(-x) \quad (2.7)$$

segundo (NIKOLAEV; ZAKHAROV, 1991), a região ( $|\bar{Q}_q r| \gg 1$ ) é então dominada pela seção de choque de dipolo, como é demonstrado na seção(2.2).

A probabilidade do fóton flutuar em dipolos é maior quando  $\bar{Q}_q r < 1$ . Com isso, torna-se interessante realizar uma análise complementar, com a integração em um pequeno intervalo de fração de momentum  $z$ . Assim é possível evidenciar a dependência da função de onda em relação ao tamanho de dipolo ( $r$ ) e da virtualidade ( $Q^2$ ). Segundo (FORSHAW; ROSS, 1997), para a análise de integrabilidade, é possível considerar as seguintes aproximações da função de Bessel para o caso  $\bar{Q}_q r < 1$ ,

$$K_0(\bar{Q}_q r)_{\bar{Q}_q r < 1} \approx c_0 \Theta(1 - \bar{Q}_q r) \quad (2.8)$$

$$K_1(\bar{Q}_q r)_{\bar{Q}_q r < 1} \approx c_1 \frac{\Theta(1 - \bar{Q}_q r)}{\bar{Q}_q r} \quad (2.9)$$

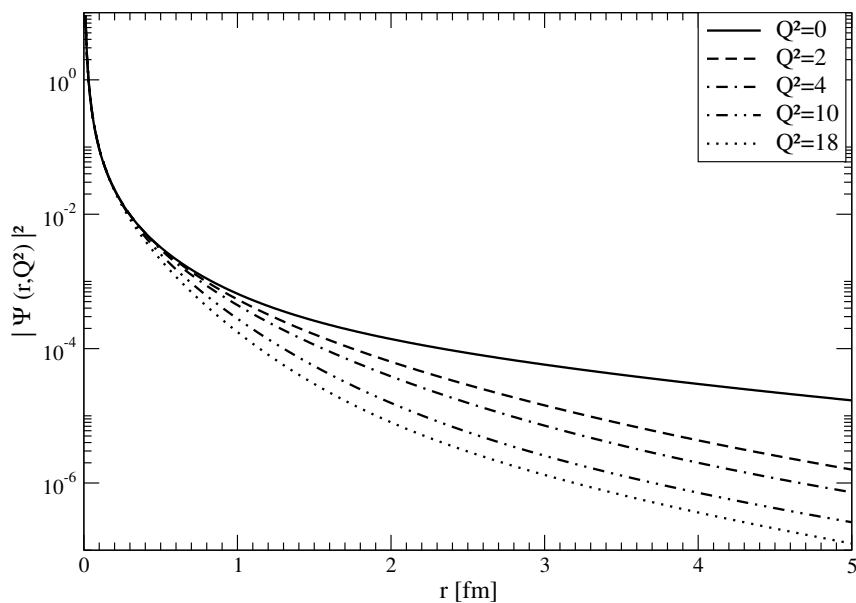
conforme ((FORSHAW; ROSS, 1997), p.191), para pequena fração de momentum, a integração em  $z$  pode ser escrita na região de  $0 < z \lesssim 1/Q^2 R^2$  e considerar o dipolo com tamanho máximo equivalente a do próton ( $R \approx 1$  fm), de modo que  $r \gtrsim R \gg 1/Q$ . Através da Eq.(2.2), obtém-se a aproximação:

$$|\Psi_i(r; Q^2)|_{\bar{Q}_q < 1/R}^2 = \int_0^{1/Q^2 R^2} dz \times \begin{cases} \frac{(z^2 + (1-z)^2)}{R^2} \approx \frac{1}{Q^2 R^4} & , i = T \\ Q^2 (z^2 + (1-z)^2) \approx \frac{1}{Q^4 R^6} & , i = L \end{cases} \quad (2.10)$$

a Eq.(2.10) evidencia a relação aproximada da dependência da função de onda com  $R$  e  $Q^2$  que deve predominar quando  $\bar{Q}_q R < 1$ . Nesse regime, a polarização longitudinal é suprimida pela transversal com uma razão aproximada de  $1/Q^2 R^2$ . E quanto menor for a virtualidade maior será a densidade de probabilidade do fóton flutuar num dipolo, principalmente, quando tiver um tamanho transversal relativamente grande  $R < 1/\bar{Q}_q$  (FORSHAW; ROSS, 1997).

A fim de analisar o comportamento completo da função de onda do fóton para diferentes virtualidades ( $Q^2$  [GeV<sup>2</sup>]) com a evolução no tamanho de dipolo ( $r$  [fm]), apresenta-se na Fig.(2.2) a integração numérica por Quadratura Gaussiana da Eq.(2.11), com o FORTRAN e precisão de  $10^{-3}$ , em todo intervalo de momento transferido  $0 \leq z \leq 1$ . Incluindo quarks leves ( $m_u = m_d = m_s = 0.14$  GeV) e pesados ( $m_c = 1.4$  GeV ,  $m_b = 4.6$  GeV).

$$|\Psi(r; Q^2)|^2 = \sum_a^{N_f} \int_0^1 dz (|\Psi_T^a(r, z; Q^2)|^2 + |\Psi_L^a(r, z; Q^2)|^2) \quad (2.11)$$



**Figura 2.2:** Função de onda de um fóton

A Fig.(2.2) evidencia o comportamento assintótico para pequeno e grande tamanho dipolo. Como discutido anteriormente, a densidade de probabilidade do fóton flutuar em um dipolo é acentuada para pequeno  $r$  e diminui com o aumento da virtualidade.

No entanto, a análise acima corresponde ao comportamento de função de onda para um fóton, utilizada amplamente no DIS dipolo-próton. No caso da interação fóton-fóton, a combinação das funções de onda de dois fótons é expressa como:

$$\begin{aligned}
|\Psi^{a,b}(r_{1,2}, z_{1,2}; Q_{1,2}^2)|^2 &= \sum_{i,j}^{T,L} |\Psi_{i,j}^{a,b}(r_{1,2}, z_{1,2}; Q_{1,2}^2)|^2 \\
&= |\Psi_T^a(r_1, z_1; Q_1^2)|^2 |\Psi_T^b(r_2, z_2; Q_2^2)|^2 + |\Psi_T^a(r_1, z_1; Q_1^2)|^2 |\Psi_L^b(r_2, z_2; Q_2^2)|^2 \\
&+ |\Psi_L^a(r_1, z_1; Q_1^2)|^2 |\Psi_T^b(r_2, z_2; Q_2^2)|^2 + |\Psi_L^a(r_1, z_1; Q_1^2)|^2 |\Psi_L^b(r_2, z_2; Q_2^2)|^2
\end{aligned} \tag{2.12}$$

De modo equivalente ao procedimento realizado na Eq.(2.10). Pode-se verificar a dependência da virtualidade dos fótons ( $Q_{1,2}^2$ ) e do tamanho dos dipolos ( $R_{1,2}$ ) para  $\bar{Q}_{q_{1,2}} R_{1,2} < 1$ .

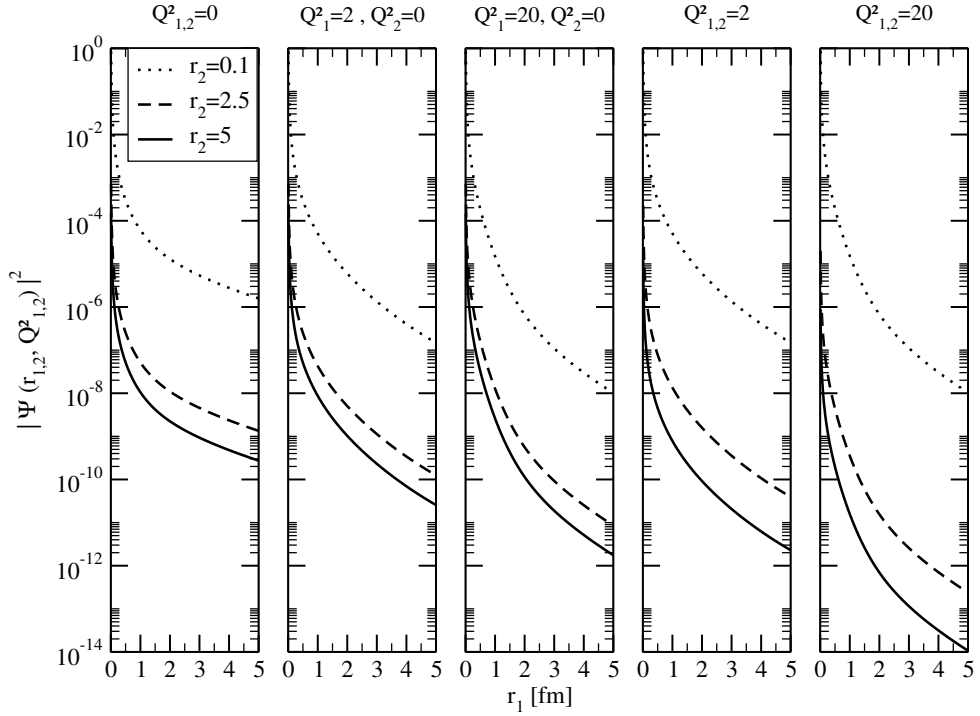
$$|\Psi_{i,j}^{a,b}(r_{1,2}; Q_{1,2}^2)|_{\bar{Q}_{q_{1,2}} < 1/R_{1,2}}^2 \approx \begin{cases} \frac{1}{Q_1^2 R_1^4} \frac{1}{Q_2^2 R_2^4} & , i, j = T, T \\ \frac{1}{Q_1^2 R_1^4} \frac{1}{Q_2^4 R_2^6} & , i, j = T, L \\ \frac{1}{Q_1^4 R_1^6} \frac{1}{Q_2^2 R_2^4} & , i, j = L, T \\ \frac{1}{Q_1^4 R_1^6} \frac{1}{Q_2^4 R_2^6} & , i, j = L, L \end{cases} \tag{2.13}$$

a combinação da função de onda de dois fótons decresce de forma mais acentuada, em relação a um fóton, com o aumento da virtualidade e tamanho de dipolo, principalmente para os casos em que ambos os fótons são virtuais.

A fim de analisar o comportamento completo da função de onda para dois dipolos, com diferentes valores de virtualidades ( $Q_{1,2}^2$  [GeV<sup>2</sup>]) e tamanhos de dipolo ( $r_{1,2}$  [fm]). Apresenta-se na Fig.(2.3) a integração numérica da Eq.(2.14), em todo intervalo  $0 \leq z_{1,2} \leq 1$ , com as combinações de polarização e sabores dos quarks.

$$|\Psi(r_{1,2}; Q_{1,2}^2)|^2 = \sum_{a,b}^{N_f} \sum_{i,j}^{T,L} \int_0^1 dz_1 \int_0^1 dz_2 |\Psi_{i,j}^{a,b}(r_{1,2}, z_{1,2}; Q_{1,2}^2)|^2 \tag{2.14}$$





**Figura 2.3:** Função de onda fóton-fóton

Através da Fig.(2.3), evidencia-se a forte dependência de  $Q^2_{1,2}$  e  $r_{1,2}$  prevista pela Eq.(2.13). A combinação da densidade de probabilidade de dois fótons flutuarem em dipolos, decai muito mais rapidamente em relação a um fóton penas, mas é sustentado quando um dos dipolos é pequeno, ou seja, com base nesta análise é possível esperar que haja uma maior contribuição quando pelo menos um dos dipolos permanece com pequeno tamanho transversal. Um aspecto interessante, é que na modelagem de (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011) para seção de choque dipolo-dipolo, apresentado na Sec.(2.1.2), este de menor  $r$  é considerado o projétil da colisão e acarreta num comportamento característico desta prescrição, conforme apresentado na Sec.(2.1.4).

Apesar da função de onda do fóton não ser um observável físico, esta possui grande influência no comportamento da seção de choque total. No entanto, a componente responsável pelo processo de interação corresponde a seção de choque dipolo-dipolo, que é analisado a seguir, na Sec.(2.1.2).

### 2.1.2 Seção de Choque Dipolo-Dipolo - $\sigma^{dd}$

Algumas características da seção de choque de dipolos são importantes à serem realçadas antes de abordar o caso particular da seção de choque dipolo-dipolo.

Um dos primeiros conceitos é a transparência de cor, ocasionado quando a distância entre o par quark-antiquark é muito pequena, com pequeno tamanho transversal ( $r$ ), a carga e a anticarga da força forte nuclear ficam praticamente sobrepostas, resultando em uma pequena probabilidade do dipolo interagir fortemente com o alvo, de modo que a seção de choque de dipolos tende a zero para  $r \rightarrow 0$ . Assim, é necessário que o dipolo tenha um tamanho transversal suficiente para que o par quark-antiquark possam interagir mais fortemente, havendo um maior crescimento da distribuição de glúons dentro do dipolo com o aumento de  $r$ , o que produz um efeito de interação maior do dipolo com o alvo. (DE OLIVEIRA, 2010). Outra grandeza que contribui para o aumento da densidade gluônica é a energia do centro de massa do sistema. Mais detalhes sobre a evolução dos dipolos serão abordados na Sec.(2.1.3).

No caso particular de interesse deste trabalho, a seção de choque dipolo-dipolo é o termo responsável por descrever o processo de interação entre os dipolo alvo e o dipolo projétil. No entanto, esta não é obtida por primeiros princípios, a partir de teorias fundamentais, e precisa ser modelada através de teorias efetivas. Alguns autores obtiveram sucesso em descrever os dados experimentais a partir de modelos para a seção de choque dipolo-dipolo, como o utilizado por (DONNACHIE; DOSCH; RUETER, 2000), para descrever processos em baixas energias com as contribuições de Reggeons e QPM, e por (NIKOLAEV; SPETH; ZOLLER, 2002)(DOSCH, 2001), para a região de altas energias, mas que não incluem os efeitos da física de saturação. Contudo, o foco deste trabalho é investigar os observáveis físicos da interação fóton-fóton através de modelos desenvolvidos para a região de mais altas energias (em  $x < 0.01$ ). Deste modo, nesta seção são abordados duas prescrições para a QCD perturbativa que incluem a física de saturação e obtiveram excelentes resultados para com os dados experimentais, como a prescrição TKM, proposto por (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002), com tamanho de dipolo efetivo ( $r_{eff}$ ) e a prescrição IKT para a interação fóton-fóton, proposto por (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011), que utiliza a função heaviside ( $\Theta$ ).

### **Prescrição TKM: com tamanho de dipolo efetivo ( $r_{eff}$ )**

A modelagem da seção de choque dipolo-dipolo  $\sigma^{dd}$ , desenvolvida por (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002), basea-se na parametrização da

amplitude de espalhamento dipolo-próton  $\mathcal{N}$ , a partir do tamanho de dipolo efetivo ( $r_{eff}$ ) e intervalo de rapidez misto ( $Y_{a,b}$ ).

$$\sigma_{a,b}^{dd}(r_{1,2}, Y_{a,b}) = \sigma_0^{a,b} \mathcal{N}(r_{eff}, Y_{a,b}) \quad (2.15)$$

o intervalo de rapidez pode ser escrito pelo  $x$  de Bjorken como  $Y_{a,b} = \ln(1/\bar{x}_{ab})$ , em que  $\bar{x}_{ab}$  é uma expressão simétrica da combinação dos sabores dos quarks.

$$\bar{x}_{ab} = \frac{Q_1^2 + Q_2^2 + 4m_a^2 + 4m_b^2}{W^2 + Q_1^2 + Q_2^2} \quad (2.16)$$

uma expressão que permite a extensão do modelo até o limite  $Q_{1,2}^2 \approx 0$ . A massa dos quarks leves  $m_q = m_u = m_d = m_s$ , utilizada na função de onda do fóton e em  $x_{a,b}$ , é considerada o parâmetro livre deste modelo, a qual é ajustada para obter a melhor correlação da seção de choque fóton-fóton para com os dados experimentais, disponíveis na região de energia  $6 \text{ GeV} \leq W_{\gamma\gamma} < 160 \text{ GeV}$  (GONÇALVES; SANTANA AMARAL, 2012).

O tamanho de dipolo efetivo ( $r_{eff}$ ) é descrito em relação ao tamanho dos dois dipolos como,

$$r_{eff}^2 = \frac{r_1^2 r_2^2}{r_1^2 + r_2^2} \quad (2.17)$$

Assim, para pequenos ou grandes valores de  $r_{eff}^2$  ambos os dipolos são, respectivamente, pequenos ou grandes. Equanto que para valores intermediários de  $r_{eff}^2$  há a combinação de um dipolo pequeno com outro grande.

A constante  $\sigma_0^{a,b}$  da seção de choque dipolo-dipolo está relacionada com a constante  $\sigma_0$  dos modelos para a amplitude de espalhamento dipolo-próton. Segundo (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002), a proporção entre estas deve ser uma razão entre os constituintes do alvo, visto que o dipolo possui dois quarks de valência e o próton possui três, então:

$$\sigma_0^{a,b} = \frac{2}{3} \sigma_0 \quad (2.18)$$

(TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002) aplicaram essa abordagem no modelo GBW, por este incluir de modo simples os efeitos do regime diluído e saturado da QCD em altas energias, o que deu origem ao modelo TKM. Este obteve sucesso em descrever os dados experimentais do LEP para a interação fóton-fóton. A fim de

comparação, apresenta-se nos resultados os observáveis físicos obtidos pelo modelo com os parâmetros atualizados por (GOLEC-BIERNAT; SAPETA, 2018), com base nos dados de HERA.

Alguns trabalhos vêm testando a prescrição TKM desde sua publicação, como: (GONÇALVES; MACHADO, 2006) para estudar a produção dupla de mésons vetoriais nas interações entre dois fótons; (GONÇALVES; MACHADO; SAUTER, 2007) que comparam a prescrição TKM com resultados obtidos através da equação BFKL, com correções além da ordem dominante, (GONÇALVES; MOREIRA, 2020) com estudos sobre a QCD não perturbativa e (KLUSEK-GAWENDA et al., 2011) com uma análise detalhada da produção de quarks pesados a partir de dois fótons.

### Prescrição IKT: com função heaviside ( $\Theta$ )

Inicialmente proposto por (IANCU; KUGERATSKI; TRIANTAFYLLOPOULOS, 2008) (IKT) para estudar processos Mueller-Navelet, foi posteriormente reescrito por (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011) para investigar processos da interação fóton-fóton a partir da amplitude de espalhamento dipolo-próton. Assim, a prescrição IKT modificada para a seção de choque dipolo-dipolo é expressa como:

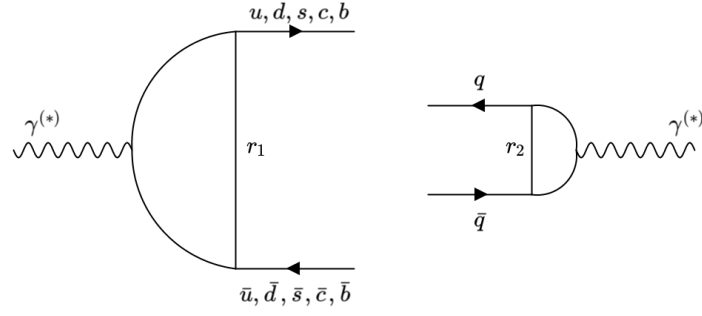
$$\sigma_{a,b}^{dd}(r_1, r_2, Y) = 2\pi r_1^2 \mathcal{N}(r_2, Y_2^f) \Theta(r_1 - r_2) + 2\pi r_2^2 \mathcal{N}(r_1, Y_1^f) \Theta(r_2 - r_1) \quad (2.19)$$

O intervalo de rapidez  $Y_i^f = \ln(1/x_i^f)$  é escrito com o  $x$  de Bjorken na forma:

$$x_i^f = \frac{Q_i^2 + 4m_f^2}{W^2 + Q_i^2} \quad (2.20)$$

$\Theta(r_{1,2})$  é a função de heaviside e  $\mathcal{N}(r_{1,2}, Y_{1,2}^f)$  é a amplitude de espalhamento dipolo-próton, descrita pelo intervalo de rapidez, em relação ao sabor ( $f = a, b$ ) do menor dipolo.

A prescrição IKT considera o menor dipolo como projétil, que carrega a amplitude de espalhamento, e o maior dipolo como alvo, com área transversal de  $\pi r_{1,2}^2$ . Por exemplo, no caso em que  $r_1 > r_2$ , a interação dipolo-dipolo pode ser ilustrada na Fig.(2.4) e a seção de choque real fóton-fóton expressa como na Eq.(2.21).



**Figura 2.4:** Interação dipolo-dipolo pela função heaviside.

$$\sigma^{\gamma\gamma} = \sum_{a,b}^{N_c} \int_0^1 dz_{1,2} \int dr_{1,2} |\Psi_{TT}^{a,b}(r_{1,2}, z_{1,2}; Q_{1,2}^2)|^2 (2\pi r_1^2 \mathcal{N}(r_2, Y_2^b)) \quad (2.21)$$

Observa-se na Eq.(2.21) que apenas os estados de polarização transversal dos fótons são considerados pela função de onda, por se tratar de fótons reais ( $Q_{1,2}^2 = 0$ ), e que, para cada combinação de sabor dos quarks, a função de onda é multiplicada pela amplitude do menor dipolo, com seu respectivo intervalo de rapidez ( $Y_i^f$ ) e tamanho transversal ( $r_i$ )

No processo de solução numérica, a partir da prescrição IKT, a mudança dos dipolos entre projétil e alvo ocorrem inúmeras vezes durante a integração de  $r_{1,2}$ , para cada valor de energia considerada, o que garante que a proposta de (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011) seja satisfeita durante toda iteração. Para compreender como essa transição ocorre, apresenta-se na Sec.(2.1.4) uma análise mais minuciosas deste processo.

Segundo (GONÇALVES; SANTANA AMARAL, 2012), devido a dependência quadrática do tamanho do dipolo alvo na Eq.(2.19), a contribuição de grandes valores de  $r_1$  e  $r_2$  se tornam muito significativos na seção de choque total. De modo que, para garantir que o processo de interação permanece do regime da QCD perturbativa é necessário implementar um corte no limite máximo do tamanho do dipolo ( $r_{max}$ ) na integração em  $r_{1,2}$ . Segundo (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011), espera-se que o tamanho máximo do dipolo seja inversamente proporcional a escala de energia da QCD, como  $r_{max} = 1/\Lambda$ . De modo que,  $\Lambda \approx \Lambda_{QCD}$ ,

[...] onde  $\Lambda_{QCD} \approx 200 - 300$  MeV é a escala fundamental da QCD (o valor exato de  $\Lambda_{QCD}$  depende da renormalização utilizada). A constante de acoplamento forte  $\alpha_s(Q^2)$  se torna grande perto de  $Q^2 \approx \Lambda_{QCD}^2$ , ocasionando uma força forte de

interação entre quarks e glúons. Essa força forte contribui para o confinamento de quarks e glúons dentro de hádrons (KOVCHegov; LEVIN, 2012).

Assim,  $\Lambda$  é único parâmetro livre desta prescrição. Todos os demais parâmetros associados a amplitude de espalhamento dipolo-próton devem ser mantidos fixos. Isso, inclusive, contribui para a análise da universalidade dos modelos.

No artigo (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011), é apresentada uma comparação entre a prescrição IKT com a TKM, utilizando os modelos para amplitude de espalhamento dipolo-próton IIMS e RCBK, considerando apenas quarks leves. Os autores ainda demonstram que ambas modelagens para seção de choque de dipolo-dipolo descrevem os dados experimentais do LEP. No entanto, na região de mais altas energias, os observáveis físicos da interação fóton-fóton possuíram um crescimento muito mais acentuado quando utilizado a prescrição TKM, em relação ao IKT (GONÇALVES; SANTANA AMARAL, 2012).

Percebe-se que estas duas prescrições para descrever a seção de choque dipolo-dipolo são baseadas na amplitude de espalhamento dipolo-próton, o que permite verificar diferentes modelos fenomenológicos, os quais são melhor discutidos no próximo tópico.

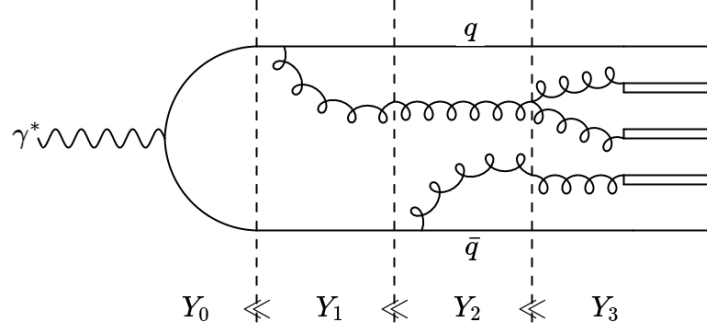
### 2.1.3 Amplitude de Espalhamento Dipolo-Próton - $\mathcal{N}(r, Y)$

A amplitude  $\mathcal{N}(r, Y)$  é solução da equação de Balitsky-Kovchegov (BK) (KOVCHegov, 1999) (KOVCHegov, 2000), uma equação integro-diferencial que não possui solução analítica exata. No entanto, a equação BK é a mais simples que pode ser obtida pela QCD perturbativa, através da hierarquia de Balitsky, para o limite de grande número de cor ( $N_c$ ) e pelo Condensado de Vidro de Cor (*Color Glass Condensate* - CGC) (IANCU; VENUGOPALAN, 2004).

As equações de evolução são importantes para compreender a dinâmica da QCD, por esse motivo descreve-se abaixo uma pequena introdução sobre a evolução do projétil, da física de saturação e da equação BK, que são capazes de elucidar os aspectos teóricos que envolvem a interação entre as partículas em altas energias.

No formalismo de dipolos, o projétil evolui através da emissão de glúons, que não se cruzam e possuem uma fração de momentum muito menor que a do par quark-antiquark ( $z, 1 - z \gg z' \gg z'' \gg z'''$ ). Com o aumento da energia, mais glúons podem ser emitidos pelo quark, pelo antiquark e mesmo pelos próprios glúons. Como os

glúons possuem carga de cor, no regime de altas energias, pode-se considerar o limite de grande número de cor ( $N_c \rightarrow \infty$ ), e o projétil passa a ser considerado uma coleção de  $N$  dipolos, ou seja, pelo formalismo de dipolos os glúons emitidos são também substituídos por dipolos. Apresenta-se na Fig.(2.5) uma ilustração da evolução do dipolo com o aumento do intervalo de rapidez ( $Y$ ), que cresce com a energia.

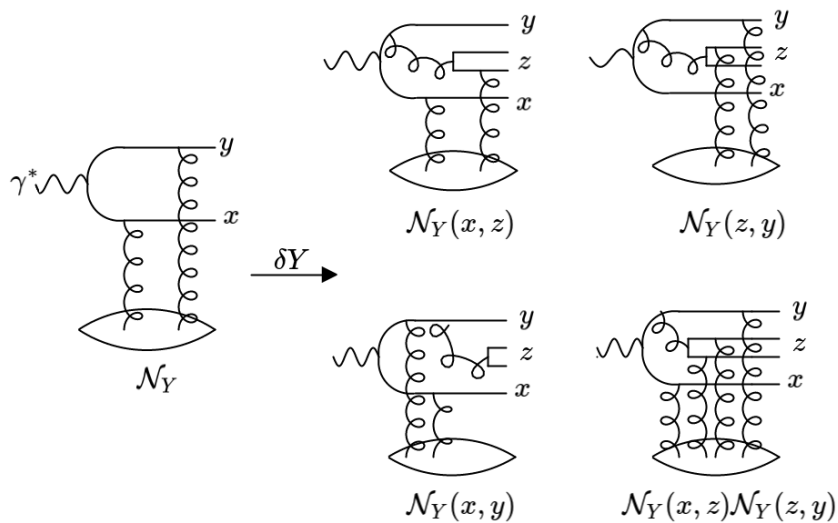


**Figura 2.5:** Evolução do dipolo (projétil) com o intervalo de rapidez.

A equação BK considera uma atenuação do crescimento de glúons, em altas energias, devido à superposição destes. Ao contrário da equação BFKL (BALITSKY; LIPATOV, 1978), que leva ao crescimento desenfreado de produção de glúons independentes, violando a unitariedade. A separação entre a região diluída (onde não há superposição de glúons) e a região saturada (onde há grande densidade glúônica) é caracterizada pela escala de saturação  $Q_s^2(Y)$ , uma função crescente da rapidez. Assim, torna-se importante analisar a dinâmica da QCD através da equação de evolução de Balistky-Kovchegov, por incluir a escala de saturação e correções de unitariedade, com sua expressão no espaço de coordenadas é dada como (KOVCHegov, 1999):

$$\partial_Y \mathcal{N}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \int d^2\mathbf{z} \mathcal{M}_{\mathbf{xyz}} [\mathcal{N}_Y(\mathbf{x}, \mathbf{z}) + \mathcal{N}_Y(\mathbf{z}, \mathbf{y}) - \mathcal{N}_Y(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - \mathcal{N}_Y(\mathbf{x}, \mathbf{z})\mathcal{N}_Y(\mathbf{z}, \mathbf{y})] \quad (2.22)$$

$\bar{\alpha}$  é o parâmetro de acoplamento fixo ( $\bar{\alpha} = \alpha_s N_c / \pi$ ), onde  $\alpha_s$  é a constante de acoplamento da QCD e  $\mathcal{N}$  a amplitude de espalhamento, que evolui com o intervalo de rapidez  $Y$ . O termo  $\mathcal{M}_{\mathbf{xyz}}$  está relacionado com a probabilidade diferencial de um dipolo  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  se dividir em dois dipolos  $(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  e  $(\mathbf{z}, \mathbf{y})$ .



**Figura 2.6:** Diagrama dos termos de interação da equação BK

No integrando da Eq.(2.22), os termos estão ilustrados pelos diagramas na Fig.(2.6), onde  $\mathcal{N}_Y(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  corresponde ao espalhamento entre um dipolo e o alvo, que começa com a troca de dois glúons;  $\mathcal{N}_Y(\mathbf{z}, \mathbf{y})$  é o espalhamento do outro dipolo com o alvo;  $\mathcal{N}_Y(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  é a contribuição virtual, quando o dipolo interage antes de se dividir e, por fim,  $\mathcal{N}_Y(\mathbf{x}, \mathbf{z})\mathcal{N}_Y(\mathbf{z}, \mathbf{y})$  descreve o espalhamento simultâneo dos dois dipolos com o alvo. Este último termo é responsável pela não-linearidade da equação, associado a superposição dos glúons e correção da unitariedade (SANTANA AMARAL, 2008), que se torna desprezível em baixas energias, havendo um espalhamento fraco pelo alvo estar diluído. De modo que a equação BK se reduz a equação BFKL, com grande  $x$ .

Apresenta-se a seguir os modelos fenomenológicos para amplitude de espalhamento dipolo-próton utilizados neste trabalho. Alguns destes modelos se baseiam em soluções assintóticas da equação BK, como o modelo IIMS (SOYEZ, 2007), descrito no espaço de coordenadas. A equação BK também pode ser escrita no espaço de momentum (MARQUET; SOYEZ, 2005), sendo o modelo AGBS (SANTANA AMARAL; GAY DUCATI et al., 2007) a única solução baseado nos comportamentos assintóticos da equação BK neste espaço. Mais recentemente, (ALBACETE et al., 2011), desenvolveram o RCBK (ALBACETE et al., s.d.), uma solução numérica da equação BK que considera a constante de acoplamento variável. Por fim, o modelo GBW (GOLEC-BIERNAT; WÜSTHOFF, 1998), o mais simples para prescrever a física de saturação que foi construído de forma empírica



### Modelo GBW (Golec-Biernat-Wusthoff):

Desenvolvido por (GOLEC-BIERNAT; WÜSTHOFF, 1998), o GBW é o modelo fenomenológico mais simples que inclui a física de saturação. Descrito na forma,

$$\mathcal{N} = 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4R_0^2(x)}\right) \quad (2.23)$$

$r$  corresponde ao tamanho de dipolo e  $R_0$  é a dependência em  $x$  da escala de saturação:  $Q_s^2 = 1/R_0^2$ ,  $R_0(x) = (x/x_0)\lambda$ . Em que  $\sigma_0$ ,  $x_0$  e  $\lambda$  são parâmetros livres do modelo, extraídos a partir dos dados de HERA, conforme Tabela 2.1, atualizados por (GOLEC-BIERNAT; SAPETA, 2018).

$\sigma_0$ [mb]	$\lambda$	$x_0/10^{-4}$	$\chi^2/n.o.p$
$27.43 \pm 0.35$	$0.248 \pm 0.002$	$0.40 \pm 0.04$	1.61

**Tabela 2.1:** Parâmetros do modelo GBW para quarks pesados

Segundo (SANTANA AMARAL, 2008) a Eq.(2.23) interpola dois regimes, para pequenos dipolos, onde há a transparência de cor ( $\sigma_{dp} \propto r^2$ ), e para grande tamanho de dipolo, onde a seção de choque se equivale a um disco homogêneo ( $\sigma_{dp} \propto \sigma_0$ ). De modo que, a transição entre esses regimes, que ocorrem em torno da escala de saturação, estão associados ao tamanho de dipolo  $r \sim 1/Q_s^2$ .

Este modelo foi utilizado para descrever a interação fóton-fóton, pela primeira vez por (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002), com a prescrição TKM, a partir dos parâmetros originais do GBW (GOLEC-BIERNAT; WÜSTHOFF, 1998). Mais recentemente, (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011) utilizaram os parâmetros de (KOZLOV; SHOSHI; XIANG, 2007) e, em (GONÇALVES; SANTANA AMARAL, 2012), os autores o testaram na prescrição IKT, descrevendo bem a região onde há dados experimentais do LEP, mas com diferenças na região de mais altas energias. Contudo, neste trabalho, o modelo GBW está sendo testado pela primeira vez com os parâmetros atualizados, por (GOLEC-BIERNAT; SAPETA, 2018), na interação fóton-fóton, tanto na prescrição TKM quanto na IKT.

### Modelo IIMS (Iancu-Itakura-Munier-Soyez):

Um modelo inicialmente proposto por (IANCU; ITAKURA; MUNIER, 2004) e, posteriormente, modificado para acrescentar a contribuição de quarks pesados por

(SOYEZ, 2007), é expresso como:

$$\mathcal{N}(x, \mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{1}{2} \mathcal{N}_0 r Q_s^2 \left[ \gamma_s + \frac{\log(2/r Q_s)}{\kappa \lambda Y} \right], & r Q_s(x) \leq 2 \\ 1 - \exp[-a \log(br Q_s)], & r Q_s \geq 2 \end{cases} \quad (2.24)$$

Os parâmetros  $a$  e  $b$  são fixos de modo a garantir que a amplitude seja contínua e suave em  $r Q_s = 2$ , sendo escritos como:

$$a = -\frac{\ln(1 - \mathcal{N}_0)}{\ln(2b)^2} \quad (2.25)$$

$$b = \frac{1}{2} (1 - \mathcal{N}_0) \exp \left[ \frac{\ln(2)}{\kappa \lambda Y} - \gamma_s \right] \quad (2.26)$$

Na análise do modelo IIMS com a contribuição de quarks pesados, por (SOYEZ, 2007), os parâmetros  $\gamma_s$ ,  $\lambda$  e  $x_0$  são considerados livres para o ajust'e do modelo, com base nos dados de HERA, conforme apresentado na Tabela 2.2. As massas dos quarks, utilizadas nas funções de onda e no intervalo de rapidez, são fixos em  $m_{u,d,s} = 140$  MeV,  $m_c = 1.4$  GeV e  $m_b = 4.5$  GeV .

$\gamma_s$	$\lambda$	$x_0(10^{-4})$	$\chi^2/n.o.p$
$0.7376 \pm 0.0042$	$0.1632 \pm 0.0471$	$3.344 \pm 0.041$	0.900

**Tabela 2.2:** Parâmetros do modelo IIMS para quarks pesados

O modelo IIMS também foi utilizado para descrever observáveis da interação fóton-fóton por (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011)(GONÇALVES; MACHADO, 2006), que considerou apenas a contribuição de quarks leves. No entanto, neste trabalho é a primeira vez que o modelo está sendo verificado com a contribuição de quarks pesados (bottom).

### Modelo AGBS (Amaral-Gay Ducati-Betemps-Soyez):

Desenvolvido por (SANTANA AMARAL; GAY DUCATI et al., 2007), o modelo AGBS é o único com a amplitude de espalhamento dipolo-próton descrito no espaço de momentum, que se baseia nos comportamentos assintóticos das soluções da equação BK. O AGBS descreveu com sucesso os dados de HERA para o DIS elétron-próton (SANTANA AMARAL; GAY DUCATI et al., 2007)(BASSO; GAY DUCATI; DE OLIVEIRA, 2013) e os dados do RHIC e LHC para produção de

hádrons (BASSO; GAY DUCATI; DE OLIVEIRA, 2011). Isto motiva o uso deste modelo para análise fenomenológica da interação fóton-fóton.

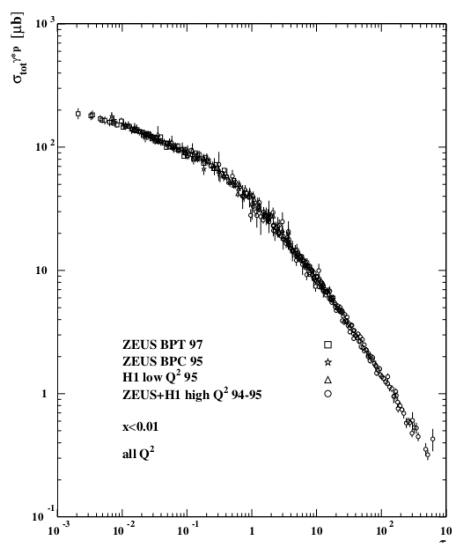
Ao considerar a independência do parâmetro de impacto, é possível obter a equação BK no espaço de momentum (MARQUET; SOYEZ, 2005), através da transformada de Fourier

$$\mathcal{N}_Y(k) = \int \frac{d^2r}{2\pi} \frac{e^{-\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}}{r^2} \mathcal{N}_Y(r) \quad (2.27)$$

$$= \int_0^\infty \frac{dr}{r} J_0(kr) \mathcal{N}_Y(r) \quad (2.28)$$

onde  $J_0$  é uma função de Bessel do primeiro tipo e  $\tilde{\mathcal{N}}(k)$  é a amplitude de espalhamento dipolo-próton no espaço de momentum.

A equação BK no espaço de momentum, possui soluções de ondas progressivas, no limite assintótico em altas energias  $Y \rightarrow \infty$  (MARQUET; SOYEZ, 2005). Estas correspondem a uma explicação natural para o escalamento geométrico, uma propriedade observada originalmente para a seção de choque total do DIS dipolo-próton, demonstrado na Fig.(2.7). Este comportamento está associada a dependência da variável de escalamento geométrico  $\tau = Q^2/Q_s^2(Y)$ , que considera a combinação de  $Q^2$  e  $Y$ , ao invés das duas variáveis separadamente (STAŚTO; GOLEC-BIERNAT; KWIECIŃSKI, 2001). Segundo (SANTANA AMARAL, 2008), a propriedade do escalamento geométrico está relacionada com o comportamento da amplitude de espalhamento, que permanece invariável ao longo da linha da escala de saturação.



**Figura 2.7:** Escalamento Geométrico do DIS-ep (STAŚTO; GOLEC-BIERNAT; KWIECIŃSKI, 2001).

O modelo AGBS propõe uma expressão que interpola analiticamente os comportamentos conhecidos de  $\tilde{\mathcal{N}}(k, Y)$  nas regiões de infravermelho,  $k \ll Q_s$ , e ultravioleta,  $k \gg Q_s$  (SANTANA AMARAL; GAY DUCATI et al., 2007), expresso como,

$$\tilde{\mathcal{N}}(k, Y) = \left[ \log \left( \frac{k}{Q_s} + \frac{Q_s}{k} \right) + 1 \right] (1 - e^{-\tilde{\mathcal{N}}^{dil}}) \quad (2.29)$$

onde

$$\tilde{\mathcal{N}}^{dil} = \exp \left[ -\gamma_c \log \left( \tilde{\tau} - \frac{\mathcal{L}^2 - \log^2(2)}{2\bar{\alpha}_s \chi_c''(\gamma_c) Y} \right) \right] \quad (2.30)$$

e

$$\mathcal{L} = \log [1 + \tilde{\tau}] \quad (2.31)$$

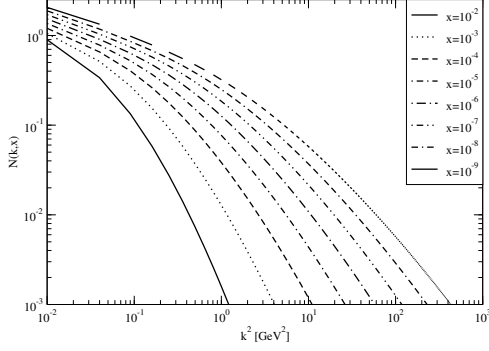
$\tilde{\tau} = k^2/Q_s^2(Y)$  é a variável de escalamento geométrico no espaço de momentum. A escala de saturação,  $Q_s^2(Y)$ , está associada a posição da frente de onda, descrita como:

$$Q_s^2(Y) \simeq k_0^2 \exp(v_c Y) \quad , \quad v_c = \bar{\alpha} \chi'(\gamma_c) \quad (2.32)$$

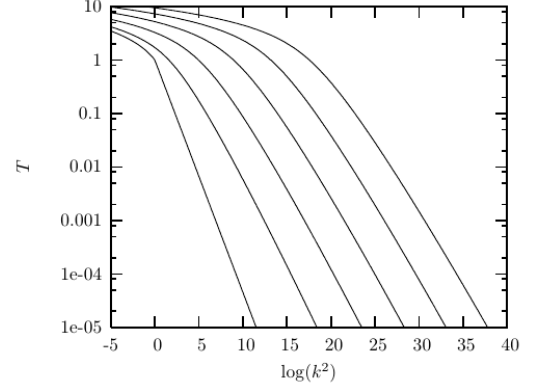
sendo  $\gamma_c = 0.6275$ , onde  $k_0^2$ ,  $v_c$  e  $\chi_c''$  são parâmetros livres do modelo.

Na Eq.(2.29) os termos nos quais se aplica a função logaritmica correspondem, respectivamente, ao comportamento da amplitude nos domínios infravermelho e ultravioleta (pequeno e grande momentum) para descrever a vizinhança da escala de saturação. A amplitude  $\tilde{\mathcal{N}}(k, Y)$  é unitarizada pelo fator eikonal  $(1 - e^{-\tilde{\mathcal{N}}^{dil}})$ , em que  $\tilde{\mathcal{N}}^{dil}$  descreve a transição entre o regime diluído e saturado. O termo  $2\bar{\alpha}_s \chi_c''(\gamma_c) Y$  corresponde a violação do escalamento geométrico, devido à dependência explícita com o intervalo de rapidez, que se torna irrelevante acima da escala de saturação (grande  $Y$ ). Assim os efeitos de saturação podem ser observados para  $\mathcal{N}(k) \approx 1$  (SANTANA AMARAL, 2008).

Essas características citadas no espaço de momentum, podem ser observadas na solução numérica da amplitude de espalhamento dipolo-próton do modelo AGBS na Fig.(2.8). Observa-se que esta possui um comportamento análogo à solução numérica da equação BK no espaço de momentum, apresentada na Fig.(2.9), para  $Y = 0, 5, 10, 15, 20, 25$  (da esquerda para direita).



**Figura 2.8:** Modelo AGBS no espaço de momentum.



**Figura 2.9:** Solução numérica de ondas progressivas da equação BK (SOYEZ, 2006).

Observa-se na Figura(2.8,2.9) a região saturada em  $\mathcal{N}(k) \approx 1$  e a cauda da frente de onda que se estende até a região diluída com  $\mathcal{N}(k) \ll 1$ .

Para retornar ao espaço de coordenadas e aplicar o modelo AGBS na prescrição IKT para a seção de choque de dipolo-dipolo, utiliza-se a seguinte transformada de Fourier modificada:

$$\mathcal{N}(r, Y) = r^2 \int \frac{d^2 k}{2\pi} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \tilde{\mathcal{N}}(k, Y) = r^2 \int_0^\infty dk k J_0(kr) \tilde{\mathcal{N}}(k, Y) \quad (2.33)$$

Os parâmetros utilizados estão apresentados na Tabela 2.3, com as massas dos quarks  $m_{u,d,s} = 0.14$  GeV,  $m_c = 1.3$  GeV e  $m_b = 4.6$  GeV (SANTANA AMARAL; FAGUNDES; MACHADO, 2020).

$k_0^2 (\times 10^{-3}) \text{GeV}^2$	$v_c$	$\chi_c''$	$\chi^2/n.o.p$
$3.5 \pm 2.3$	$0.146 \pm 0.022$	$2.9 \pm 1.1$	0.815

**Tabela 2.3:** Parâmetros do modelo AGBS para quarks pesados

É importante realçar que é a primeira vez na literatura que o modelo AGBS está sendo utilizado para estudar os observáveis físicos da interação fóton-fóton. O qual, desde já, está sendo incluído as contribuições de quarks pesados na interação.

### Modelo RCBK (Running Coupling BK):

A equação BK com acoplamento variável foi desenvolvida por (ALBACETE et al., 2011), com uma abordagem baseada na formulação do DIS dipolo-próton e na análise não linear da QCD para os dados de HERA na região de altas energias (pequeno

$x$ ). Utiliza-se neste trabalho a versão do RCBK com as contribuições de quarks pesados (charm e bottom), a qual é descrita como:

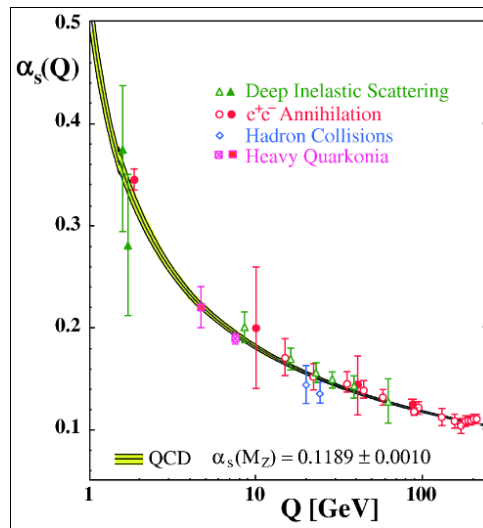
$$\frac{\partial \mathcal{N}(r, x)}{\partial \log(x_0/x)} = \int d\mathbf{r}_1 K^{bal}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \times [\mathcal{N}(r_1, x) + \mathcal{N}(r_2, x) - \mathcal{N}(r, x) - \mathcal{N}(r_1, x)\mathcal{N}(r_2, x)] \quad (2.34)$$

com o núcleo do termo de acoplamento utilizado na prescrição de Balitski,

$$K^{bal}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{N_c \alpha_s(r^2)}{2\pi^2} \left[ \frac{r^2}{r_1^2 r_2^2} + \frac{1}{r_1^2} \left( \frac{\alpha_s(r_1^2)}{\alpha_s(r_2^2)} - 1 \right) + \frac{1}{r_2^2} \left( \frac{\alpha_s(r_2^2)}{\alpha_s(r_1^2)} - 1 \right) \right] \quad (2.35)$$

onde  $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r} - \mathbf{r}_1$  e  $x_0$  é o valor de  $x$  de Bjorken, onde começa a evolução.

No nosso caso,  $x_0 = 0,008$  será o maior valor experimental de  $x$  incluído no ajuste, conforme (ALBACETE et al., s.d.). É importante ressaltar que, neste trabalho, a inclusão de quarks leves e pesados foram sendo considerados no cálculo numérico a medida que o  $x_f = x_0$ , para cada sabor. Este procedimento foi acrescentado, para que o modelo RCBK possa ser comparado com os demais modelos na região de menor energia. Outro detalhe do cálculo numérico do RCBK, a condição inicial utilizada, foi baseada no modelo GBW, para interpolar os dados experimentais de HERA e obter uma melhor prescrição numérica (ALBACETE et al., 2011). Por coerência, as massa dos quarks utilizadas correspondem a última atualização disponível em (GOLEC-BIERNAT; SAPETA, 2018).



**Figura 2.10:** Constante de acoplamento variável da QCD (BETHKE, 2007).

Diferentemente dos outros modelos, que utilizam o parâmetro de acoplamento fixo  $\bar{\alpha}$ , no RCBK considera-se a dependente da virtualidade  $\alpha_s = \alpha_s(Q^2)$ ,

como demonstrado na Fig.(2.10). No limite de  $\alpha_s(Q^2) \rightarrow 0$  espera-se o comportamento de liberdade assintótica dos pártons. Nessa região, quarks e glúons podem ser considerados livres, e a interação forte se torna mais tênue, visto que  $\alpha_s(Q^2)$  está associado com a intensidade da interação da QCD (BETHKE, 2007).

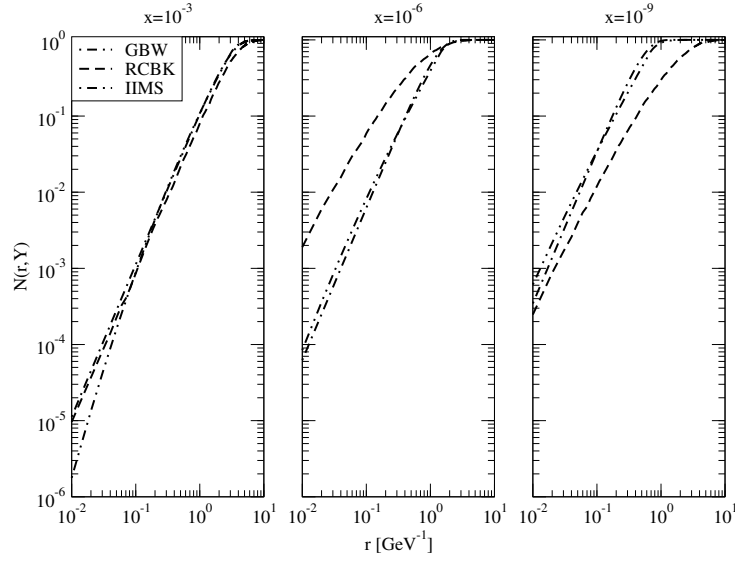
Desta forma, o modelo RCBK é o único neste trabalho que considera o parâmetro de acoplamento variável, que o torna um importante modelo para a análise fenomenológica para prescrever a interação fóton-fóton, apesar deste já ter sido utilizado anteriormente por (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011), considerando apenas quarks leves, neste trabalho é a primeira vez que está sendo aplicado com a contribuição de quarks pesados.

#### 2.1.4 Características das Interações

Conforme apresentado nas seções anteriores, cada termo utilizado na equação da seção de choque fóton-fóton são importantes para descrever o processo da interação. Assim, torna-se interessante investigar o comportamento tanto da amplitude de espalhamento de cada modelo, como a contribuição da função de onda com a seção de choque dipolo-dipolo em relação ao tamanho transversal do dipolo.

##### **Comportamento das amplitudes de espalhamento dipolo-próton:**

A análise das amplitudes de espalhamento dipolo-próton são importantes para compreender a intensidade das interações e observar seus comportamentos assintóticos associados com a física de saturação. Apresenta-se na Fig.(2.11) as amplitudes de espalhamento dos modelos, descritos originalmente no espaço de coordenadas, em relação à variação do tamanho de dipolo  $r$ , para diferentes valores de  $x$ .



**Figura 2.11:** Modelos para Amplitude de Espalhamento.

Observa-se na Fig.(2.11) que todos os modelos apresentados possuem o comportamento de saturação da amplitude de espalhamento na região de grande tamanho de dipolo. No entanto, evidencia-se que a medida que o  $x$  diminui a saturação ocorre com dipolos cada vez menores, sendo o modelo RCBK que mais distingue dos demais a medida que a energia aumento ( $x$  diminui).

### Comportamento da seção de choque de dipolo-dipolo:

Uma forma complementar para analisar a contribuição dos modelos nos observáveis, pode ser através da integração da fração de momentum ( $z_{1,2}$ ) da Eq.(2.1). Assim, torna-se possível visualizar a influência da função de onda com a seção de choque dipolo-dipolo, em relação ao tamanho transversal dos dipolos  $r_{1,2}$ .

$$\sigma_{gluon}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}(W^2, Q_{1,2}^2) = \int d^2\mathbf{r}_1 \int d^2\mathbf{r}_2 \left( \sigma_{gluon}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2) \right) \quad (2.36)$$

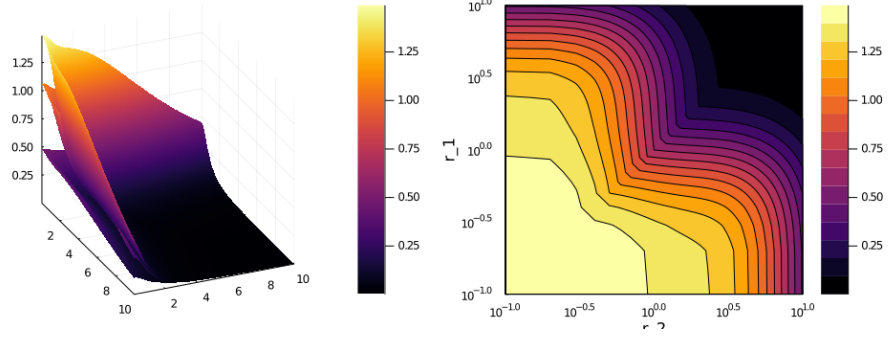
em que

$$\begin{aligned} \sigma_{gluon}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2) &= \sum_{i,j}^{T,L} \sum_{a,b=1}^{N_f} \int_0^1 dz_1 |\Psi_i^a(z_1, \mathbf{r}_1, Q_1^2)|^2 \\ &\times \int_0^1 dz_2 |\Psi_j^b(z_2, \mathbf{r}_2, Q_2^2)|^2 \sigma_{a,b}^{dd}(r_{1,2}, Y) \end{aligned} \quad (2.37)$$

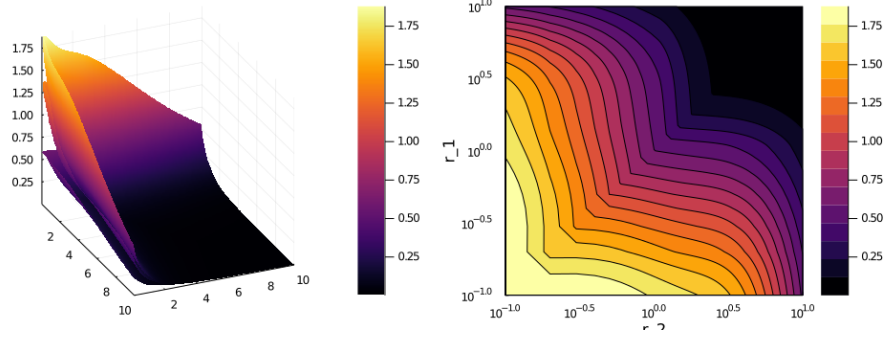
Com a prescrição IKT, o cálculo numérico da Eq.(2.37) é apresentado nas Fig.(2.12, 2.13, 2.14 e 2.15) produzidas no JULIA. Nas figuras a esquerda, evidencia-se as superfícies de  $\sigma_g^{\gamma\gamma}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2)$ , que estão respectivamente sobrepostas de baixo para cima em relação aos valores de energia de centro de massa  $W_{\gamma\gamma} = 0.1$  TeV, 0.5 TeV e



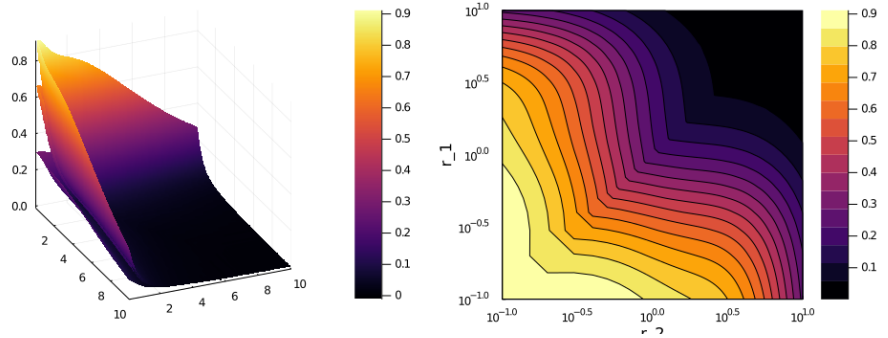
1 TeV, evoluindo com o tamanho dos dois dipolos  $r_{1,2}[\text{GeV}^{-1}]$ . Na figura a direita, estão apresentadas as isolinhas para  $\sigma_g^{\gamma\gamma}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2)$ , para  $W_{\gamma\gamma} = 1$  TeV, onde os eixos estão na escala logarítmica de  $r_{1,2}[\text{GeV}^{-1}]$ .



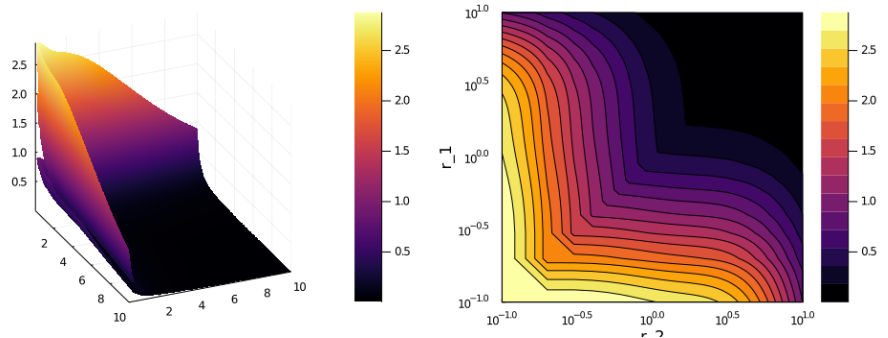
**Figura 2.12:** Modelo GBW:  $\sigma_g^{\gamma\gamma}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2)$  em relação a  $r_{1,2}[\text{GeV}^{-1}]$



**Figura 2.13:** Modelo IIMS:  $\sigma_g^{\gamma\gamma}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2)$  em relação a  $r_{1,2}[\text{GeV}^{-1}]$



**Figura 2.14:** Modelo AGBS:  $\sigma_g^{\gamma\gamma}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2)$  em relação a  $r_{1,2}[\text{GeV}^{-1}]$



**Figura 2.15:** Modelo RCBK:  $\sigma_g^{\gamma\gamma}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2)$  em relação a  $r_{1,2}[\text{GeV}^{-1}]$

Observa-se através das figuras de superfícies (imagens a esquerda), que a única região  $\sigma_g^{\gamma\gamma}(W^2, r_{1,2}, Q_{1,2}^2) \neq 0$  é quando um dos dipolos é muito pequeno. Um aspecto muito interessante evidenciado nas figuras de isolinhas (imagens a direita) é o comportamento simétrico da transição dos dipolos entre alvo e projétil. Inclusive, observa-se que o modelo GBW possui o menor valor de pico da interação e obtém um intervalo praticamente constante em  $0.1 \text{ GeV}^{-1} \leq \ln(r_{1,2}) \leq 1 \text{ GeV}^{-1}$ . Enquanto que, os demais modelos decaem mais rapidamente com o aumento dos dipolos e possuem um pico de interação mais acentuado, no qual o RCBK possui o maior valor.

## 2.2 Contribuições

Apesar da região de maior interesse deste trabalho ser a de altas energias, devido à escassez de dados experimentais nesta região, optou-se verificar os modelos também em baixas energias de centro de massa da interação fóton-fóton  $W_{\gamma\gamma} < 160 \text{ GeV}$ , a fim de obter um maior número de dados, os quais podem contribuir na análise de correlação entre teoria e experimento. No entanto, a região de menor energia é dominada pelas contribuições de Reggeons e QPM (*Quark Parton Model*), de modo que, a expressão para a seção de choque  $\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}$  será descrita com termos além da Eq.(2.1).

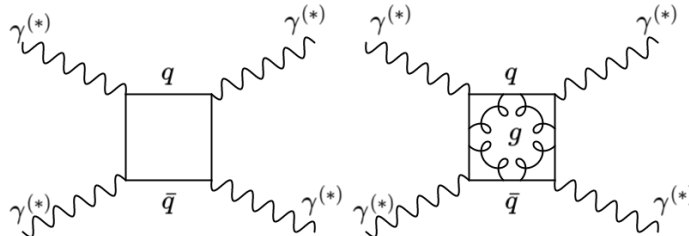
Assim, para uma descrição mais completa da interação fóton-fóton, considerou-se necessário incluir essas contribuições e utilizar métodos para estendê-las à região de altas energias (pequeno  $x$ ). Inclusive, acrescenta-se a contribuição de quarks pesados nas interações que se apresentam relevantes na região dos futuros aceleradores.

### 2.2.1 Em Baixas Energias: QPM e Reggeons

As contribuições da região de menor energia, possuem a característica de decrescerem com aumento da energia, na forma de  $\sim 1/W^{2\eta}$  para Reggeons e com  $\sim 1/W^2$  (com correções  $\ln(W)$ ) para QPM (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002).

Utiliza-se neste trabalho a parametrização considerada o estado da arte para troca de reggeons da interação de dois fótons (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002). Enquanto que, a formulação do modelo partônico é uma expressão consolidada, descrita por (BUDNEV et al., 1975).

Os diagramas que representam a contribuições de baixas energias estão ilustradas na Fig.(2.16). A esquerda o diagrama de caixa (*box-diagram*) associado ao modelo de partônico de quarks (QPM), na direita a contribuição de reggeons, descrição esquemática pela troca de glúons entre o par quark-antiquark.



**Figura 2.16:** Diagramas das contribuições em baixa energia

Conforme (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002), como essas contribuições são da região de baixas energias, em  $x \approx 1$ , torna-se necessário acrescentar um termo de correção que inclui a dependencia para grande  $x$ . Assim, acrescenta-se um fator de multiplicidade,  $(1 - x)^{2\eta_{spect}-1}$ , para interpolar o comportamento assintótico da seção de choque de Reggeons, utiliza-se  $\eta_{spect} = 1$ . É necessário que este extensão seja também aplicado na seção de choque dipolo-dipolo, com  $\eta_{spect} = 3$ , devido a consistência da abordagem (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002).

### Reggeons:

A contribuição do acoplamento de reggeons se atribui ao conteúdo hadrônico do fóton formado por mésons vetoriais ( $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$  etc.), em que mesmo os de maior massa contribuem, apesar desta ser pequena nas interações de fótons reais (DONNACHIE; DOSCH; RUETER, 2000). Assim, nesta região de energia, segundo (BERGER; WAGNER, 1987) "esperamos que fótons interagentes se comportem como mesons  $\rho$ , ou mais geralmente como uma soma de estados de mésons vetoriais (VDM)". Inclusive (BERGER; WAGNER, 1987) considera que em colisões de fótons de alta energia a produção de hádrons evidencie as interações típicas das estruturas hadrônicas.

Conforme descrito por (DONNACHIE; DOSCH; RUETER, 2000), uma aproximação simples para o caso em que dois fótons fltuem na composição de mésons vetoriais, é possível assumir o processo como contribuição de Reggeons, fatorado na forma da Eq.(2.38).

$$\sigma_{Reg}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}(W^2, Q_1^2, Q_2^2) = \pi^2 \alpha_{em}^2 \frac{A_2}{a_2} \left[ \frac{a_2^2}{(a_2 + Q_1^2)(a_2 + Q_2^2)} \right]^{1-\eta} \left( \frac{W^2}{a_2} \right)^{-\eta} \quad (2.38)$$

com os parâmetros  $A_2 = 0.26$ ,  $a_2 = 0.2 \text{ GeV}^2$  e  $\eta = 0.3$ , foram ajustados por (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002), para combinar aspectos da física de saturação, visto que a expressão original considerava a prescrição apenas para baixas energias ( $W < 10 \text{ GeV}$ ).

Como se pode observar, na Eq.(2.38), não há a decomposição de reggeons indo em diferentes estados de polarização do fóton, de modo que, esta contribuição apenas considera fótons transversais, que são naturalmente mais predominantes do que fótons longitudinais, cuja ausência não apresenta uma influência significativa nos resultados observados por (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002). A equação completa para a contribuição de Reggeons, com o termo de correção, é

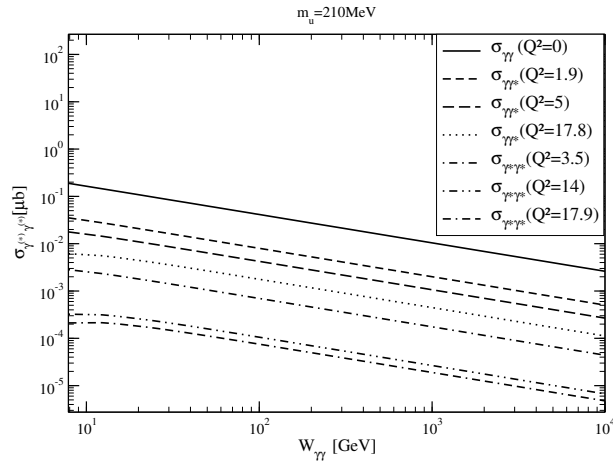
$$\sigma_R^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}(W^2, Q_1^2, Q_2^2) = \sigma_{Reg}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}(W^2, Q_1^2, Q_2^2)(1 - \bar{x}) \quad (2.39)$$

Utiliza-se a prescrição de  $\bar{x}$  para dois fótons, na forma:

$$\bar{x} = \frac{Q_1^2 + Q_2^2 + 8m_q^2}{W^2 + Q_1^2 + Q_2^2} \quad (2.40)$$

Assim, a Eq.(2.39) apresenta uma dependência da massa dos quarks leves  $m_q = m_{u,d,s}$ , cujo valor está associado a cada modelo para amplitude de espalhamento dipolo-próton.

Apresenta-se o resultado numérico da contribuição de reggeons em função da energia, para diferentes virtualidades e  $m_{u,d,s} = 0.14 \text{ GeV}$ , na Fig.(2.17).



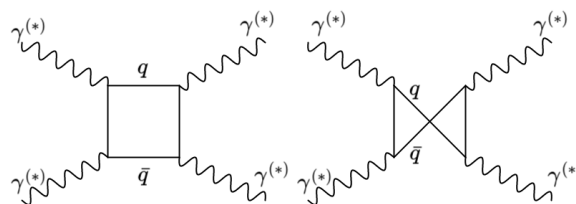
**Figura 2.17:** Contribuição de Reggeons  $\sigma_R^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}$

Observa-se na Fig.(2.17) o decréscimo acentuado com o aumento da energia e a diminuição da seção de choque com aumento da virtualidade dos fótons, conforme previsto pela Eq.(2.39).

### Modelo Partônico de Quarks (QPM):

A produção de hádrons a partir de dois fótons foi discutida amplamente por (BUDNEV et al., 1975). A abordagem utilizada pelo autor, para descrever a seção de choque QPM para dois fótons, inclui a modelagem do espalhamento fóton-fóton, por ser a única reação em que as massas das partículas podem ser alteradas em uma ampla variação. Isso remete ao fato de haver diferentes partículas produzidas nessas reações, que não são evidenciadas diretamente, mas influenciam o espalhamento dos fótons. Assim a seção de choque  $\gamma\gamma$  é correlacionada com a absorção da amplitude  $\gamma\gamma$  ((BUDNEV et al., 1975), p. 211-213).

A amplitude do modelo partônico de quarks (QPM) é determinada pela contribuição do diagrama de caixa (*box-diagram*), representado na Fig.(2.18). Neste os pártons são considerados livres, "isso corresponde ao fato de que em distâncias curtas, as interações fortes são desligadas e apenas as interações eletromagnéticas párton-fóton usuais são conservadas"(BUDNEV et al., 1975).



**Figura 2.18:** Diagrama de Caixa do espalhamento  $\gamma\gamma$

Segundo (BUDNEV et al., 1975), a contribuição do modelo partônico de quarks para a interação fóton-fóton pode ser obtida pela aproximação de Born para  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^- \pi^+$ , utilizando o cálculo da seção de choque da reação  $\gamma\gamma \rightarrow e^- e^+ (\mu^- \mu^+)$  ((BUDNEV et al., 1975), p.274).

$$\sigma_{TT}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}} = \frac{\pi\alpha^2}{W^2 x} \left\{ (q_1 q_2) L \left[ 2 + \frac{2m^2}{x} - \left( \frac{2m^2}{q_1 q_2} \right)^2 + \frac{q_1^2 + q_2^2}{x} + \frac{q_1^2 q_2^2 W^2}{2x(q_1 q_2)^2} + \frac{3}{4} \left( \frac{q_1^2 q_2^2}{x(q_1 q_2)} \right)^2 \right] - \Delta t \left[ 1 + \frac{m^2}{x} + \frac{q_1^2 + q_2^2}{x} + \frac{q_1^2 q_2^2}{T} + \frac{3}{4} \frac{q_1^2 q_2^2}{x^2} \right] \right\} \quad (2.41)$$

$$\sigma_{TL}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}} = -\frac{\pi\alpha^2 q_1^2 q_2^2}{W^2 x^2} \left\{ \Delta t \left[ 1 + \frac{q_1^2}{T} \left( 6m^2 + q_1^2 + \frac{3}{2} \frac{q_1^2 q_2^2}{x} \right) \right] - \frac{L}{q_1 q_2} \left[ 4m^2 x + q_1^2 (w^2 + 2m^2) + q_1^2 \left( q_1^2 + q_2^2 + \frac{3}{2} \frac{q_1^2 q_2^2}{x} \right) \right] \right\} \quad (2.42)$$

$$\sigma_{LT}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}} = \sigma_{TL}(q_1^2 \longleftrightarrow q_2^2) \quad (2.43)$$

$$\sigma_{LL}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}} = \frac{\pi\alpha^2 q_1^2 q_2^2}{W^2 x^3} \left\{ \frac{L}{q_1 q_2} (2W^2 x + 3q_1^2 q_2^2) - \Delta t \left( 2 + \frac{q_1^2 q_2^2}{T} \right) \right\} \quad (2.44)$$

onde

$$W^2 x = (q_1 q_2)^2 - q_1 q_2 \quad , \quad q_1 q_2 = (W^2 + Q_1^2 + Q_2^2)/2 \quad | \quad Q_{1,2}^2 = -q_{1,2}^2 \quad (2.45)$$

$$\Delta t \equiv t_{max} - t_{min} = \sqrt{4x(W^2 - 4m^2)} \quad (2.46)$$

$$T = (m^2 - t_{max})(m^2 - t_{min}) = 4xm^2 + q_1^2 q_2^2 \quad (2.47)$$

$$L = \ln \left( \frac{m^2 - t_{min}}{m^2 - t_{max}} \right) = \ln \left( \frac{(q_1 q_2 + \frac{1}{2} \Delta t)^2}{4xm^2 + q_1^2 q_2^2} \right) \quad (2.48)$$

Assim, a contribuição do QPM na interação de dois fótons, pode ser escrita em relação à seção de choque de dois fótons produzindo léptons, quando  $W^2 \gg |q_i^2|$ , como na Eq.(2.49) ((BUDNEV et al., 1975), p.213).

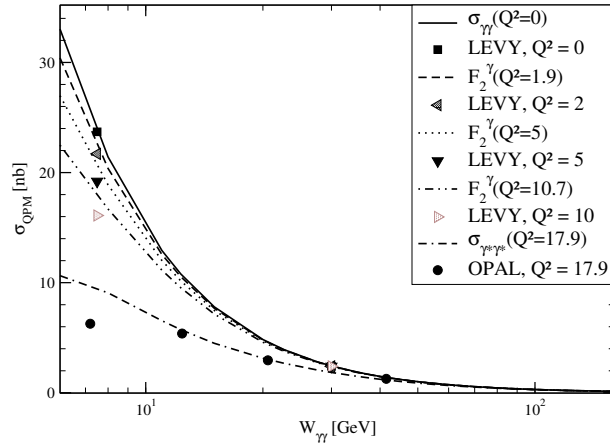
$$\sigma_{QPM}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}} = \sigma(\gamma^{(*)}\gamma^{(*)} \rightarrow h) = \sum_f q_f^4 \sigma_f(\gamma^{(*)}\gamma^{(*)} \rightarrow \mu^- \mu^+) \quad (2.49)$$

Com base na modelagem do espalhamento fóton-fóton, é possível substituir as massas dos múons pelas dos quarks  $m_\mu = m_f$  e somar a contribuição de todos os sabores ( $f = u, d, s, c$ ), onde  $q_f$  é a carga dos quarks de sabor  $f$ . Assim com os estados de polarização dos fótons, a partir das Equações(2.41,2.42,2.43,2.44), obtemos a seção de choque QPM de dois fótons, que pode ser expressa como:

$$\sigma_{QPM}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}} = \sum_f \sum_{i,j}^{T,L} q_f^4 \sigma_{i,j}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}} \quad (2.50)$$

Os valores das massas, utilizadas neste trabalho, são as atualizadas por (LEVY, 1988),  $m_{u,d} = 300$  MeV,  $m_s = 500$  MeV e  $m_c = 1500$  MeV. Os resultados numéricos são

comparados com os dados experimentais ((LEVY, 1988), Tab.1) e (ABBIENDI ET AL., 2002) na Fig.(2.19). Demonstra-se a  $\sigma_{QPM}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}$  em relação a energia de centro de massa, para diferentes virtualidades.



**Figura 2.19:** Contribuição do QPM

Observa-se a predominância da interação na região de baixas energias e o decréscimo da seção de choque com a energia da ordem de  $\sim 1/W^2$  e sua diminuição com o aumento da virtualidade.

## 2.2.2 Em Altas Energias: Quarks Pesados

A produção de quarks pesados é uma importante contribuição a ser considerada na região de altas energias. Visto que a medida que a energia de centro de massa aumenta, o fóton alcança a camada de massa de quarks mais pesados (charm e bottom). Deste modo, estima-se que os experimentos dos futuros aceleradores elétron-pósitron evidenciem estas importantes contribuições.

Segundo (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002), a troca de Reggeons não contribui neste processo por ser um fenômeno não-perturbativo, de modo que, apenas o mecanismo de produção de quarks pesados está relacionado com a seção de choque fóton-fóton QPM e gluônico.

## 2.2.3 Seção de Choque Total $\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}$

Como demonstrado, as contribuições de Reggeons, QPM e quarks pesados são importantes para obter uma análise mais completa dos observáveis físicos. Assim, a seção de choque total da interação fóton-fóton é expressa pelas Equações(2.1, 2.39 e 2.50), na

forma:

$$\sigma_{total}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}(W^2, Q_{1,2}^2) = \sigma_{gluon}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}(W^2, Q_{1,2}^2) + \sigma_R^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}(W^2, Q_{1,2}^2) + \sigma_{QPM}^{\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}}(W^2, Q_{1,2}^2) \quad (2.51)$$

É necessário incluir ainda o fator de correção,  $(1 - \tilde{x})^5$ , na seção de choque dipolo-dipolo, em decorrência das regiões extendidas para pequeno  $x$ , como mencionado anteriormente.

$$\sigma_{a,b}^{dd}(\tilde{x}, r_1, r_2) = \sigma_{a,b}^{dd}(\tilde{x}, r_1, r_2)(1 - \tilde{x})^5 \quad (2.52)$$

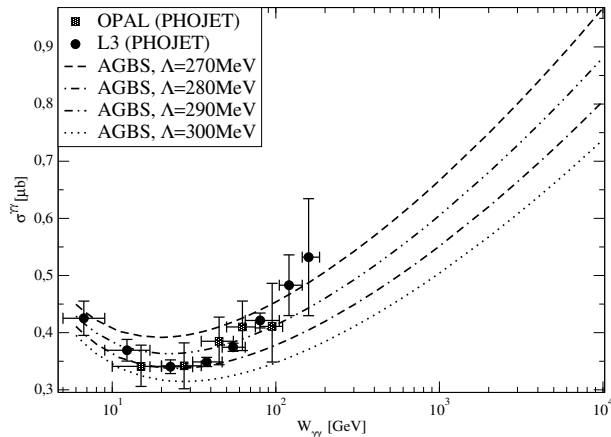
em que a forma de  $\tilde{x}$  depende da prescrição utilizada para modelar a seção de choque dipolo-dipolo, seja no formalismo do tamanho efetivo de dipolo  $\tilde{x} = x_{a,b}$ , seja pela função de heaviside  $\tilde{x} = x_f$

## 2.3 Análise de Parâmetros

As modelagens utilizadas para prescrever a seção de choque dipolo-dipolo, dependem de um único parâmetro livre, os quais são utilizados para melhor ajustar os resultados teóricos para com os dados experimentais, sendo a massa dos quarks leves  $m_q$ , no modelo TKM, e o corte no limite máximo da integração no tamanho de dipolo, com  $\Lambda$ , no modelo IKT.

A análise dos parâmetros foram realizados a partir da seção de choque real, por ser o observável com o maior números de dados experimentais disponíveis, sendo treze pontos experimentais utilizados com seus devidos erros considerados, inclusive este observável é sensível a variação das massas dos quarks leves (TÎMNEANU; KWIECIŃSKI; MOTYKA, 2002), o que favorece o teste da prescrição TKM. Apresenta-se na Fig.(2.20), o modelo AGBS na prescrição IKT, com a variação de  $\Lambda$ , evidenciando a forte dependência do comportamento da seção de choque em relação aos valores dos parâmetros de  $\Lambda$ .





**Figura 2.20:** Análise do parâmetro  $\Lambda$

A seleção dos valores dos parâmetros livres ( $\Lambda$  ou  $m_q$ ), a seleção está baseada no cálculo do qui-quadrado reduzido. Conforme (ANDRAE; SCHULZE-HARTUNG; MELCHIOR, 2010), ao ajustar a função de um modelo ( $f$ ), que depende de um parâmetro ( $\theta$ ), considerando  $N$  valores experimentais ( $y_i$ ) e os erros experimentais ( $\sigma_i$ ) para cada posição ( $x_i$ ), é possível encontrar o melhor valor deste parâmetro, a fim de minimizar a diferença entre os dados experimentais e numéricos e conseqüentemente obter um menor valor de qui-quadrado  $\chi^2$ .

$$\chi^2 = \sum_i^N \left( \frac{(y_i - f(x_i, \theta))}{\sigma_i} \right)^2 \quad (2.53)$$

e para obter o qui-quadrado reduzido, basta dividir  $\chi^2$  pelo número de graus de liberdade  $K = N - \lambda = 12$ , onde  $\lambda = 1$  é o número de parâmetros livres.

$$\tilde{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{K} \quad (2.54)$$

Como ressaltado por (ANDRAE; SCHULZE-HARTUNG; MELCHIOR, 2010), com o  $\tilde{\chi}^2$  é possível tanto avaliar individualmente um único modelo, quando realizar comparações entre modelos. Considera-se satisfatório o valor de  $\tilde{\chi}^2 \approx 1$ , que corresponde a maior minimização do desvio padrão em relação ao parâmetro. Conforme (LAUB; KUHLE, s.d.), uma probabilidade elevada obtida através do ajuste do parâmetro, torna-se perfeitamente aceitável para descrever os dados experimentais. Assim, compreende-se que os valores de  $\Lambda$  e  $m_q$  que resultam em  $\tilde{\chi}^2 \approx 1$ , correspondem a uma correlação mais fiel entre os dados experimentais para com os numéricos.

Apresenta-se na Tab.(2.4) os valores de  $\tilde{\chi}^2$ , obtidos neste trabalho, conforme o ajuste de  $\Lambda$  aos modelos AGBS, IIMS, RCBK e GBW, que são descritos pela descrição IKT, e o ajuste de  $m_q$  para o modelo TKM. Realizou-se a análise que inclui todas as contribuições (versão completa), baseadas na Eq.(2.51), em que se considera todos os dados experimentais em  $6 \text{ GeV} \leq W < 160 \text{ GeV}$ . Por outro lado, para uma análise voltada a mais altas energias, conforme (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011), pode-se considerar apenas a contribuição gluônica, Eq.(2.1), em que se considera apenas os dados no intervalo  $50 \text{ GeV} \leq W < 160 \text{ GeV}$ .

	Completo	-	Gluônico	-
Modelo	$\Lambda, m_q$ [MeV]	$\tilde{\chi}_{\text{todos}}^2$	$\Lambda, m_q$ [MeV]	$\tilde{\chi}_{W>50\text{GeV}}^2$
AGBS	207	1.390	194	0.661
IIMS	244	0.915	229	0.525
RCBK	217	0.911	202	0.956
GBW	249	0.922	230	0.837
<b>TKM</b>	211	0.951	197	0.790

**Tabela 2.4:** Parâmetros selecionados de acordo com qui-quadrado reduzido  $\tilde{\chi}^2$

Os valores de  $\tilde{\chi}^2$  para todos os modelos estão dentro do intervalo de confiança e os valores de  $\Lambda$  selecionados estão próximos dos valores aceitáveis para  $\Lambda_{QCD}$ . O modelo TKM apresenta o melhor valor para a versão completa, apesar de serem utilizados os parâmetros atuais do GBW, a nova escolha da massa dos quarks leves é similar a original de  $m_q = 210 \text{ MeV}$ . Na versão gluônica, o RCBK obteve a melhor correspondência para com os dados experimentais. Assim, com os parâmetros selecionados é possível analisar e obter resultados para todos os observáveis físicos da interação fóton-fóton, os quais são demonstrados no próximo capítulo.

# Capítulo 3

## Resultados

Através de cálculos numéricos desenvolvidos em FORTRAN, utilizando a integração de Quadratura Gaussiana com passos de  $10^{-3}$ , calcularam-se os observáveis físicos da interação fóton-fóton, como: seção de choque real, em que ambos os fóton possuem virtualidade nula ( $Q_{1,2}^2 = 0$ ); seção de choque virtual, em que ambos os fóton possuem a mesma virtualidade ( $Q_1^2 = Q_2^2 \neq 0$ ); função de estrutura, em que um fóton é real e outro possui virtualidade não nula ( $Q_1^2 = 0$  e  $Q_2^2 = Q^2$ ) e, por fim, a produção inclusiva de pares de quarks charm-anticharm a partir de fótons reais. Deste modo, torna-se possível analisar e distinguir os modelos fenomenológicos AGBS, IIMS, RCBK, GBW e TKM, tanto na descrição dos dados experimentais atuais, quanto na previsão para os futuros aceleradores elétron-pósitron.

Segundo (SASAKI; UEDA; UEMATSU, 2018), é importante investigar a influência dos quarks pesados nas interações, assim como, a transição entre fótons reais em virtuais e a contribuição hadrônica do fóton. Assim, são apresentados algumas análises complementares das contribuições dos quarks e dos estados de polarização dos fótons.

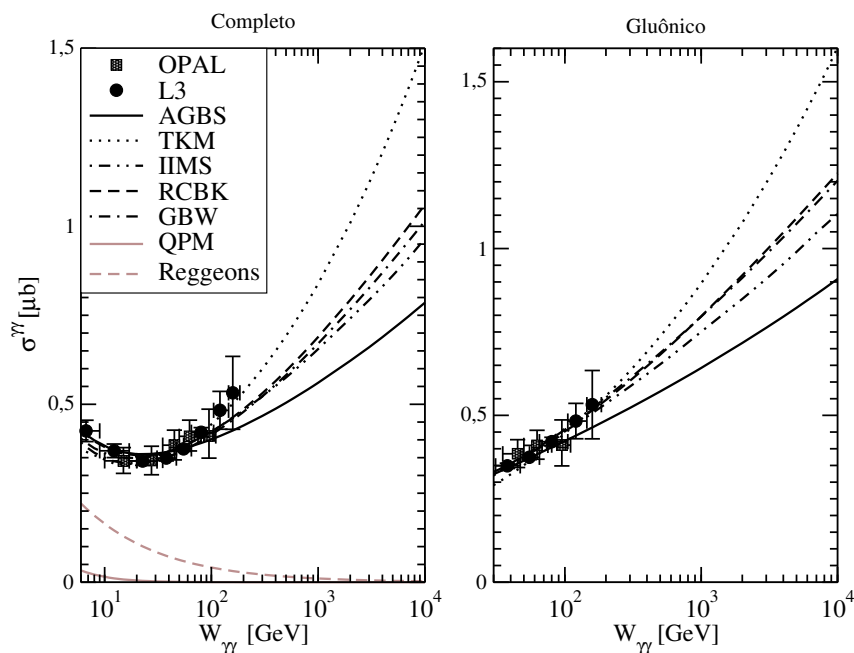
### 3.1 Seção de Choque Real $\sigma^{\gamma\gamma}$

A seção de choque real é calculada quando ambos os fótons possuem virtualidade nula  $Q_1^2 = Q_2^2 = Q^2 = 0$ . De modo que apenas o estado de polarização

transversal é considerado e a contribuição gluônica é:

$$\sigma_{gluon}^{\gamma\gamma} = \sigma_{TT} \quad (3.1)$$

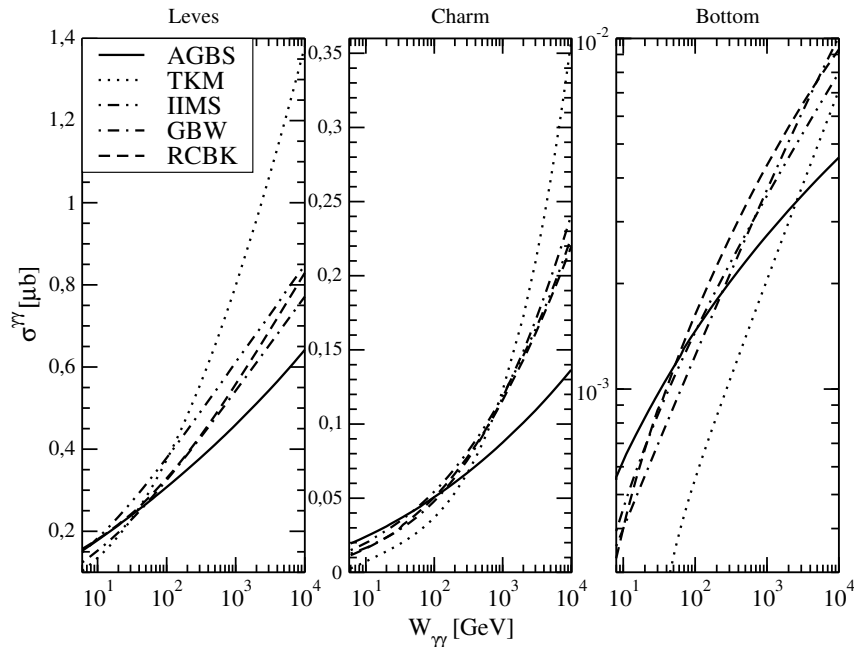
Conforme os parâmetros selecionados na Tabela 2.4, apresenta-se na Fig.(3.1) os resultados, obtidos por cada modelo, para a seção de choque real em função da energia de centro de massa do sistema fóton-fóton ( $W_{\gamma\gamma}$ ). Em comparação com os dados experimentais PHOJET, L3 (ACCIARRI et al., 2001b) e OPAL (ABBIENDI ET AL., 2000). Na figura a esquerda, apresenta-se a seção de choque total completa da Eq.(2.51), com todas as contribuições inclusas. Na figura à direita, há apenas a seção de choque gluônica da Eq.(2.1), importante para na análise apenas no regime de mais altas energias.



**Figura 3.1:** Seção de choque real fóton-fóton ( $\sigma^{\gamma\gamma}$ )

Observa-se que a escolha dos parâmetros para a versão completa acarreta numa diminuição da seção de choque em relação aos escolhidos para versão gluônica. Na figura à esquerda, todos os modelos descrevem similarmente os dados experimentais na região de baixas energias ( $W < 100$  GeV), uma consequência das contribuições QPM e, principalmente de Reggeons, que são dominantes nessa região, como previsto pela teoria. No entanto, à medida que aumenta a energia da interação, os modelos TKM e AGBS se distinguem dos demais.

A fim de obter uma análise mais detalhada da produção de dipolos no processo da interação na seção de choque real gluônica. Apresentam-se na Fig.(3.2) as contribuições separadas dos quarks-antiquarks leves (figura a esquerda), charm-anticharm (figura ao centro) e bottom-antibottom (figura a direita).



**Figura 3.2:** Contribuição da produção de quarks leves, charm e bottom em  $\sigma^{\gamma\gamma}$ .

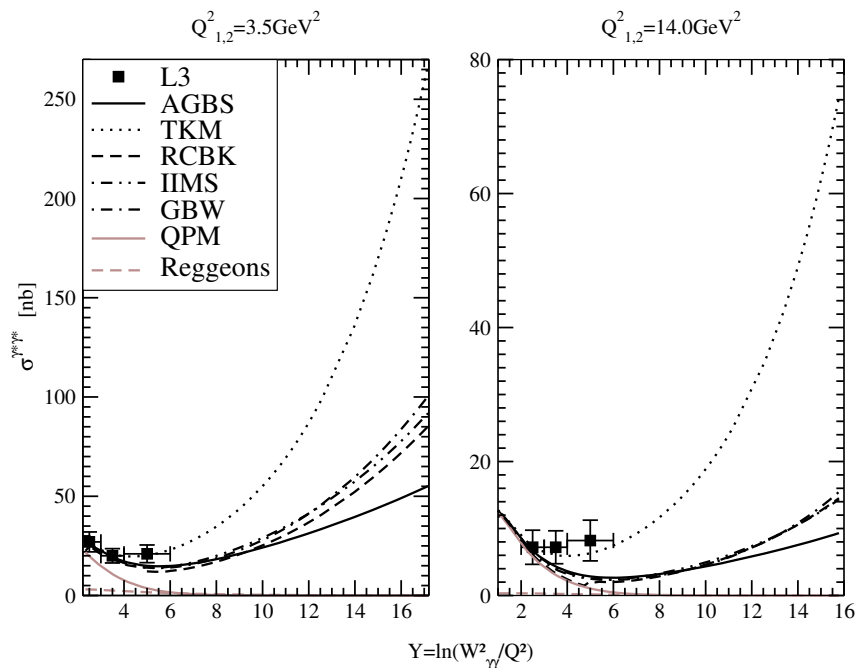
Observa-se que o processo é dominado pela interação de dipolos formados por quarks leves. A contribuição de quarks charm se tornam mais relevantes à medida que a energia aumenta. No entanto, a produção de bottom são irrelevantes em baixas energias e continuam pequenas na região de pequeno  $x$ . A influência de bottom está numa ordem de grandeza similar a contribuição de Reggeons no regime de mais altas energias. Assim, considera-se relevante utilizar a versão completa para analisar os demais observáveis físicos da interação fóton-fóton, diferentemente dos trabalhos apresentados por (GONÇALVES; KUGERATSKI et al., 2011), que analisa apenas a contribuição gluônica para mais altas energias.

### 3.2 Seção de Choque Virtual $\sigma^{\gamma^*\gamma^*}$

A seção de choque virtual é calculado quando ambos os fótons possuem a virtualidade não nula, de modo que todos os estados de polarização são considerados. Neste trabalho, utilizam-se os casos em que fótons possuem a mesma virtualidade  $Q_1^2 = Q_2^2 = Q^2$ . A contribuição gluônica da seção de choque total é então:

$$\sigma_{gluon}^{\gamma^*\gamma^*} = \sigma_{TT} + \sigma_{TL} + \sigma_{LT} + \sigma_{LL} \quad (3.2)$$

Os fótons virtuais são produzidos pelo processo de bremsstrahlung, quando  $e^-$  ou  $e^+$  transferem uma quantidade significativa de momentum para o fóton irradiado (ORR; SCHUMM, s.d.). Apresenta-se na Fig.(3.3) os resultados numéricos em comparação com os dados experimentais L3 (ACHARD et al., 2002) e OPAL (ABBIENDI ET AL., 2002), com a seção de choque virtual em função do intervalo de rapidez  $Y = \ln(W^2/Q^2)$ , para as virtualidades  $Q^2$ : 3.5 GeV<sup>2</sup> e 14.0 GeV<sup>2</sup>.

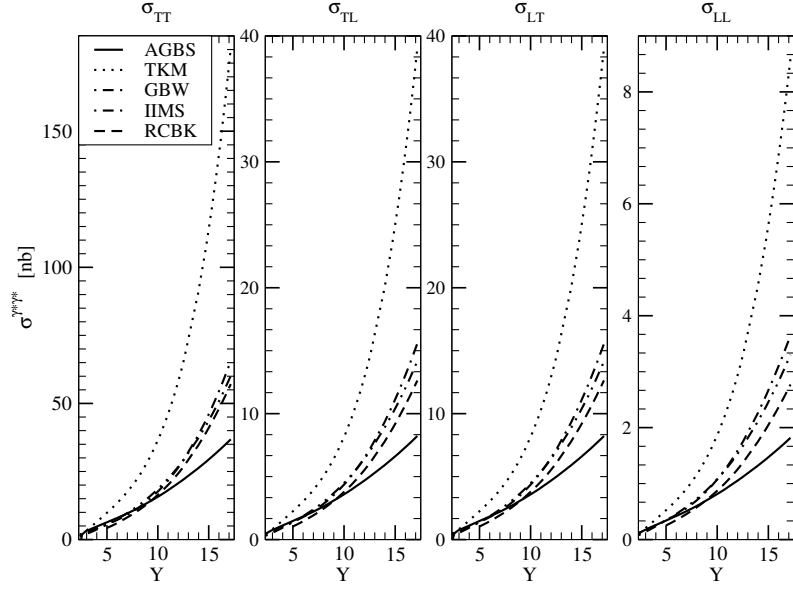


**Figura 3.3:** Seção de choque fóton-fóton virtual  $\sigma^{\gamma^*\gamma^*}$ .

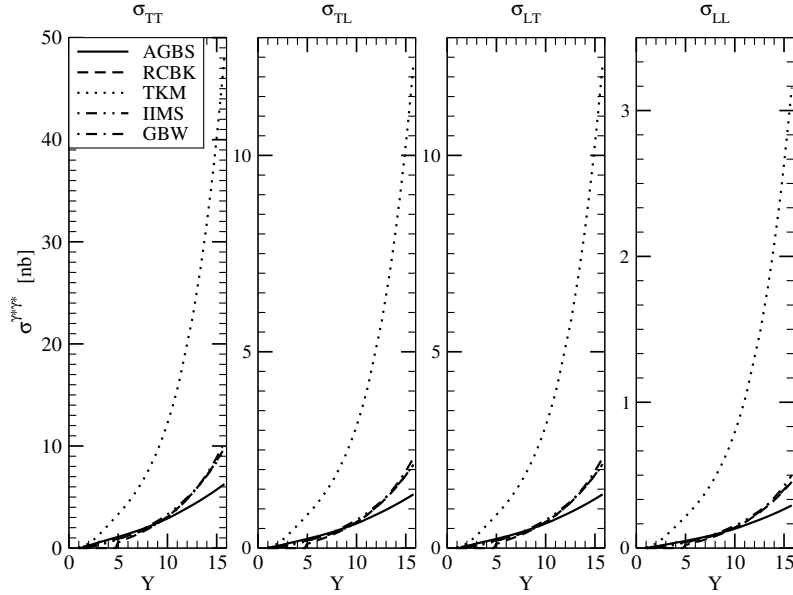
Evidencia-se a diminuição da seção de choque com o aumento da virtualidade, um comportamento previsto pelo comportamento da função de onda do fóton-fóton. No entanto, os modelos prescritos pela modelagem IKT, para a seção de choque dipolo-dipolo, apresentam uma diminuição mais sutil com o aumento de  $Q^2$  em relação a prescrição TKM. Um dos aspectos mais interessantes é o fato dos modelos GBW, IIMS e RCBK serem praticamente indistinguíveis em  $Q^2 = 14.0 \text{ GeV}^2$ . O modelo AGBS, prevê valores menores da seção de choque em relação aos outros modelos no intervalo de altas energias. Por outro lado, o modelo TKM descreve um crescimento mais acentuado que os demais, em todo intervalo de virtualidade.

Como nestes observáveis físicos há todas as contribuições da polarização dos fótons, torna-se interessante analisar separadamente a influência destes. Assim, apresenta-

se cada estado de polarização da seção de choque virtual gluônica ( $\sigma_{T,T}$ ,  $\sigma_{T,L}$ ,  $\sigma_{L,T}$  e  $\sigma_{L,L}$ ), para  $Q^2 = 3.5 \text{ GeV}^2$  na Fig.(3.4) e para  $Q^2 = 14 \text{ GeV}^2$  na Fig.(3.5),



**Figura 3.4:** Contribuição da polarização em  $\sigma_{i,j}^{\gamma^*\gamma^*}$  ( $Q^2 = 3.5 \text{ GeV}^2$ )



**Figura 3.5:** Contribuição da polarização em  $\sigma_{i,j}^{\gamma^*\gamma^*}$  ( $Q^2 = 14 \text{ GeV}^2$ )

Os estados de polarização transversal correspondem a maior contribuição nos observáveis. Os estados mistos de  $\sigma_{TL}$  e  $\sigma_{LT}$  são totalmente equivalentes, enquanto que os estados longitudinais,  $\sigma_{LL}$ , apresentam a menor influência nos observáveis, como previsto pela análise das funções de ondas de dois fótons. Deste modo, torna-se visível a importância de cada estado na contribuição total da seção de choque virtual. Contudo, assim como evidenciado na Fig.(3.3), observa-se na Fig.(3.5) que os modelos IIMS, GBW e RCBK são indistinguíveis em todos estados de polarizações.

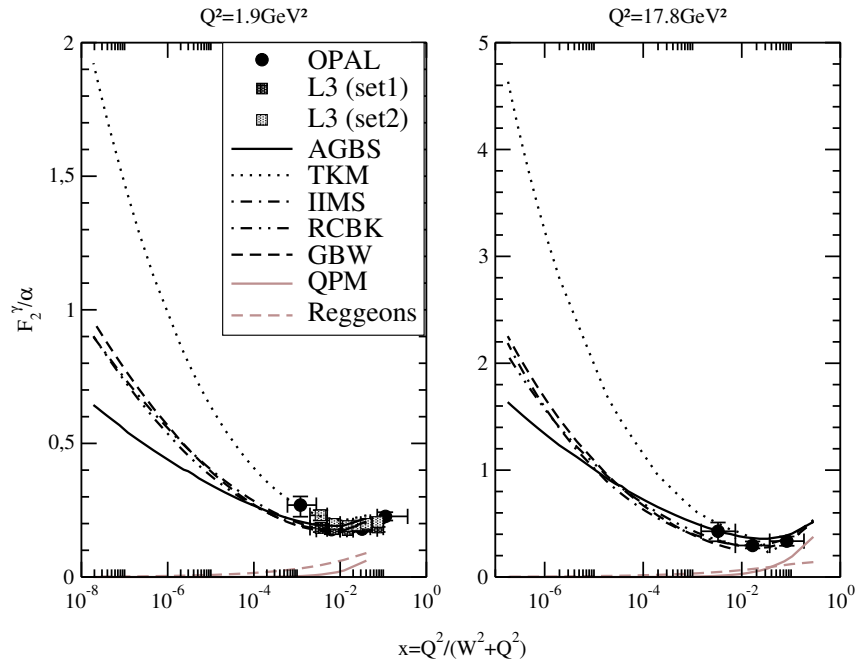
### 3.3 Função de Estrutura do Fóton $F_2^\gamma$

A função de estrutura dos fótons carrega a informação sobre a distribuição partônica dentro de um fóton real (BEATA KRUPA; ZAWIEJSKI, 2018). Calculada quando um dos fótons é real  $Q_1^2 = 0$  e outro possui virtualidade não nula  $Q_2^2 = Q^2 \neq 0$ , a contribuição gluônica para este observável é:

$$F_{2, gluon}^\gamma(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}}\sigma_{gluon}^{\gamma^*\gamma} \quad | \quad \sigma_{gluon}^{\gamma^*\gamma} = \sigma_{LT} + \sigma_{TT} \quad (3.3)$$

O processo de detecção para este observável requer pequenos ângulos de espalhamento de uma das partícula insidentes. De modo que, o fóton emitido por este tenha virtualidade praticamente nula. Enquanto, o outro fóton possui uma virtualidade significativamente diferente de zero, devido a um espalhamento mais acentuado da outra partícula do feixe (FINCH, 2001). Assim, compreende-se como função de estrutura do fóton, quando um fóton virtual, que possui um comprimento de onda menor ( $Q^2 \neq 0$ ), sonda a estrutura do fóton real.

Apresenta-se na Fig.(3.6), os resultados numéricos são comparados com os dados experimentais OPAL (ABBIENDI ET AL., 2000) e L3 (ACCIARRI et al., 1998), para  $F_2^\gamma/\alpha$  em relação ao  $x$  de Bjorken,  $x = Q^2/(W^2 + Q^2)$ , em baixa e alta virtualidade,  $1.9 \text{ GeV}^2$  e  $17.8 \text{ GeV}^2$ .

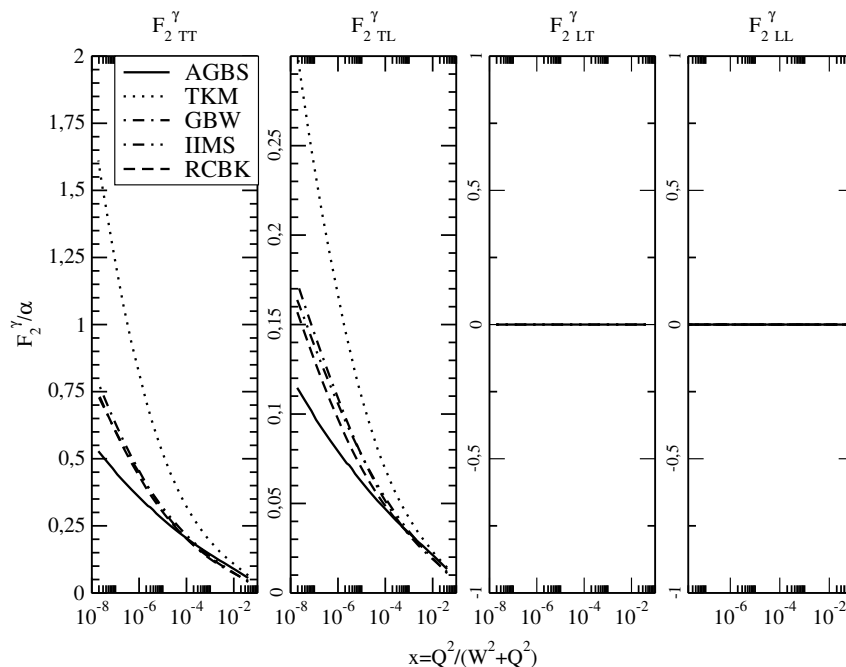


**Figura 3.6:** Função de estrutura do fóton  $F_2^\gamma/\alpha$ .

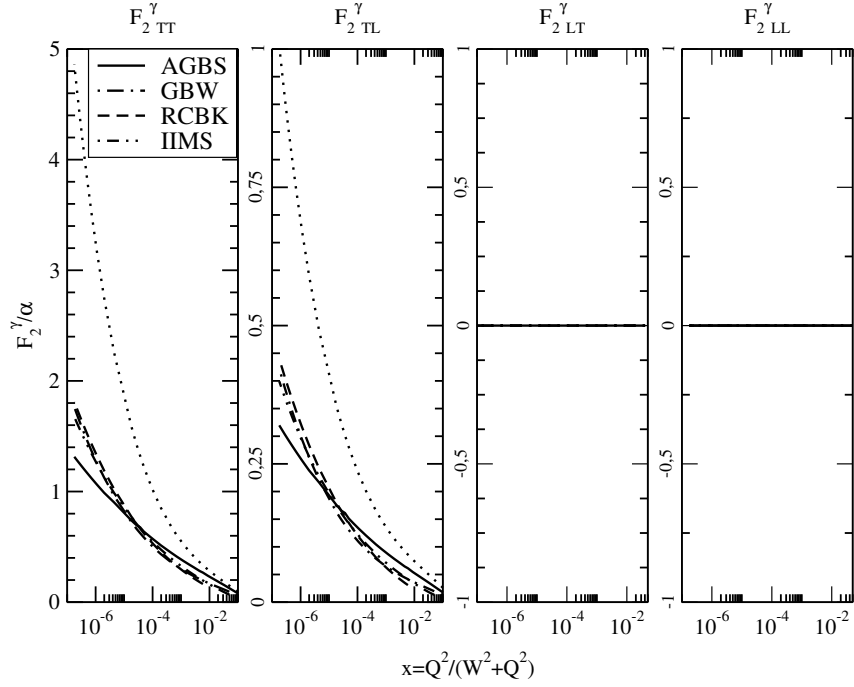


Observa-se que a função de estrutura aumenta com a diminuição de  $x$  e com o aumento da virtualidade, diferentemente dos outros observáveis. O modelo TKM, apresenta um crescimento muito mais acentuado em relação aos demais. Enquanto que, o modelo AGBS prevê um crescimento menos pronunciado da função de estrutura, em relação aos outros modelos. No entanto, percebe-se que os modelos IIMS, GBW e RCBK continuam a descrever similarmente os observáveis.

A fim de uma análise mais minuciosa da função de estrutura do fóton, apresentam-se as contribuições dos estados de polarização dos fótons para baixa virtualidade na Fig.(3.7) e alta na Fig.(3.8), considerando apenas a contribuição gluônica.



**Figura 3.7:** Contribuição da polarização em  $F_2^{\gamma}_{i,j}(Q^2 = 1.9 \text{ GeV}^2)/\alpha$



**Figura 3.8:** Contribuição da polarização em  $F_2^{\gamma}{}_{i,j}(Q^2 = 17.8 \text{ GeV}^2)/\alpha$

Observa-se que as contribuições dos fótons com polarização transversal é preponderante para a interação. A evidência de valores nulos para os estados  $\sigma_{LT}$  e  $\sigma_{LL}$  em todo domínio, corrobora com o aspecto teórico, visto que um dos fótons é real e conseqüentemente possui a polarização longitudinal nula, o que contribui para a confiabilidade dos resultados numéricos.

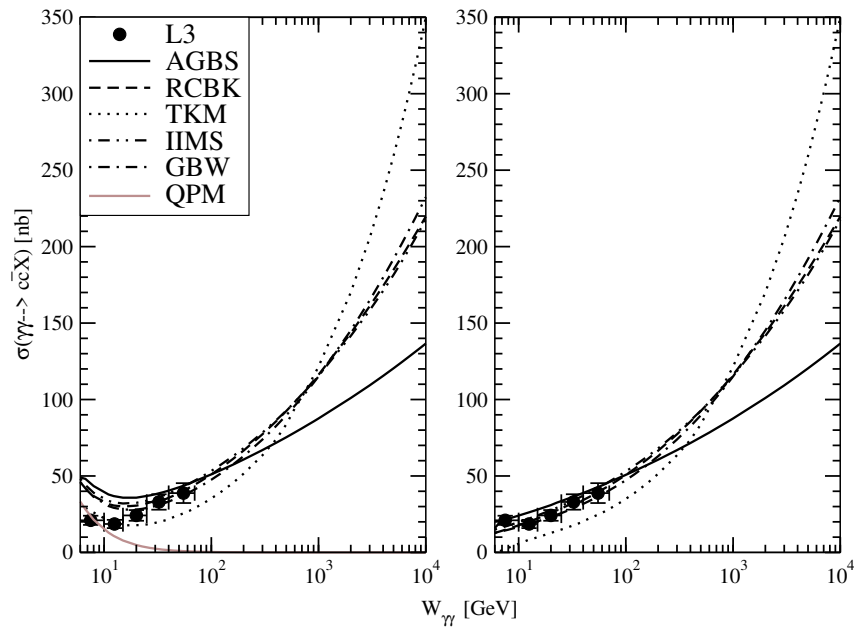
### 3.4 Produção de Charm-Anticharm $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow c\bar{c}X)$

Um processo onde os quarks dominantes na interação são o dipolo charm-anticharm, a partir de fótons reais  $Q_{1,2}^2 = Q^2 = 0$ , considerado quando o par é detectado junto com um estado hadrônico  $X$ , no final da interação. Neste observável apenas é analisado a contribuição gluônica.

$$\sigma_{gluon, c}^{\gamma\gamma} = \sigma(\gamma\gamma \rightarrow c\bar{c}X) \quad (3.4)$$

$$\sigma_{gluon, c}^{\gamma\gamma} = \sum_{a=1}^{N_f} \int_0^1 dz_{1,2} \int d^2\mathbf{r}_{1,2} \left( |\Psi_{TT}^{a,c}|^2 + |\Psi_{TT}^{c,a}|^2 \right) \sigma_{a,b}^{dd}(r_{1,2}, Y) \quad (3.5)$$

Apresenta-se na Fig.(3.9) a comparação entres os modelos com os dados experimentais de L3 (ACCIARRI et al., 2001a), na figura a esquerda a contribuição de QPM é considerada, na figura a direita apenas a seção de choque gluônica é apresentada.



**Figura 3.9:** Produção exclusiva de charm-anticharm  $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow c\bar{c}X)$ .

Observa-se que com a contribuição de QPM, o modelo TKM é que melhor descreve os dados experimentais, enquanto os outros modelos apresentam uma seção de choque superestimada na região de mais baixa energia. No entanto, tanto na figura a esquerda como na direita, observa-se que na região de mais altas energias, onde a contribuição de QPM se torna irrelevante, o modelo TKM apresenta o maior crescimento do observável, enquanto que o AGBS prevê o menor valor para a produção de charm-anticharm exclusiva. Por outro lado, evidencia-se a similaridade entre os modelos IIMS, GBW e RCBK em todo domínio

# Conclusões

Com o desenvolvimento deste trabalho, demonstrou-se que a interação de dois fótons continua sendo um estudo importante para a análise da QCD em altas energias. Com base nos resultados apresentados, observou-se a distinção entre os modelos fenomenológicos da amplitude de espalhamento dipolo-próton na descrição dos observáveis físicos da interação fóton-fóton, através das prescrições IKT e TKM, para a seção de choque dipolo-dipolo. Com a prescrição IKT, quando consideradas as contribuições de Reggeons e QPM, tornou-se necessário limitar a integração em  $r$  em tamanho de dipolos menores (maior  $\Lambda$ ). Mostrou-se que apesar da região de altas energias possuir uma menor influência de reggeons, a sua ordem de grandeza corresponde à contribuição de quarks bottom, de modo que, o cálculo da seção de choque total com as contribuições de baixas energias pode ainda ser relevante nos futuros aceleradores.

Com base nos resultados apresentados, evidenciou-se que os modelos AGBS, IIMS, GBW, RCBK e TKM descrevem similarmente a região onde há dados disponíveis. No entanto, estes se distinguem com o aumento da energia, apresentando uma ampla faixa de previsão para os futuros aceleradores. Observou-se que a prescrição do modelo TKM apresenta um crescimento muito mais acentuado que os demais, em todos os observáveis. O modelo AGBS prevê uma menor seção de choque entre os fótons e se mostrou adequado para a modelagem das interações fóton-fóton, sendo o primeiro modelo descrito no espaço de momentum, o que contribui para a validação da universalidade do AGBS. Os modelos IIMS, GBW e RCBK, descrevem similarmente a maioria dos observáveis com a prescrição IKT, sendo indistinguíveis nos casos com maior virtualidade.

No decorrer deste trabalho, buscou-se ainda compreender como cada dipolo, proveniente do fóton, interage com o outro, evidenciou-se ainda as contribuições de cada quark na seção de choque real em função da energia e que os estados de polarização

transversal dos fótons são predominantes nas interações. Inclusive, a partir da prescrição IKT, desenvolveu-se imagens em três dimensões da seção de choque dipolo-dipolo em função do tamanho transversal dos dipolos, evidenciando que a maior contribuição para os observáveis é quando pelo menos um dos dipolo é pequenos.

Apesar de diferentes modelos fenomenológicos serem analisados e utilizados neste trabalho, é interessante ainda investigar a interação fóton-fóton a partir de novos modelos para a amplitude de espalhamento dipolo-próton que também incluem os efeitos de saturação da QCD. Inclusive, é importante ressaltar que tais efeitos de saturação não foram analisados neste estudo, mas é muito interessante investigar em que circunstâncias esses efeitos não lineares podem ou não ser identificados. Existe ainda muito a ser estudado sobre os fenômenos das interações fóton-fóton, espera-se, assim, que os dados experimentais dos futuros aceleradores elétron-pósitron possam elucidar melhor quais prescrições e modelos serão mais propícios para descrever a interação fóton-fóton e evidenciar o comportamento das estruturas fundamentais da Natureza.

## Referências bibliográficas

AAD, G. et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. **Physics Letters B**, Elsevier BV, v. 716, n. 1, p. 1–29, set. 2012. arXiv: 1207.7214 [hep-ex].

ABBIENDI ET AL., G. Measurement of the hadronic cross-section for the scattering of two virtual photons at LEP. **The European Physical Journal C**, Springer Science e Business Media LLC, v. 24, n. 1, p. 17–31, mai. 2002. DOI: 10.1007/s100520200940.

— Total hadronic cross-section of photon-photon interactions at LEP. **The European Physical Journal C**, Springer Science e Business Media LLC, v. 14, n. 2, p. 199–212, mai. 2000. DOI: 10.1007/s100520000352.

ACCIARRI, M. et al. Measurement of the charm production cross-section in  $\gamma\gamma$  collisions at LEP. **Phys. Lett. B**, v. 514, p. 19–28, 2001. arXiv: hep-ex/0101025.

— Measurement of the cross-section for the process  $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \text{hadrons}$  at LEP. **Physics Letters B**, v. 453, n. 3, p. 333–342, 1999. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(99\)00278-6](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(99)00278-6).

— Study of the hadronic photon structure function  $F_2^\gamma$  at LEP. **Phys. Lett. B**, v. 436, p. 403–416, 1998. DOI: 10.1016/S0370-2693(98)01025-9.

— Total cross section in  $\gamma\gamma$  collisions at LEP. **Physics Letters B**, Elsevier BV, v. 519, n. 1-2, p. 33–45, out. 2001. DOI: 10.1016/S0370-2693(01)01072-3.

ACHARD, P. et al. Double-tag events in two-photon collisions at LEP. **Physics Letters B**, Elsevier BV, v. 531, n. 1-2, p. 39–51, abr. 2002. DOI: 10.1016/S0370-2693(02)01340-0.

ALBACETE, J. L. et al. **AAMQS code to rcBK**. Disponível em: <http://www-fp.usc.es/phenom/aamqs/aamqs.html>.

- ALBACETE, J. L. et al. AAMQS: A non-linear QCD analysis of new HERA data at small- $x$  including heavy quarks. **The European Physical Journal C**, Springer Science e Business Media LLC, v. 71, n. 7, jul. 2011. arXiv: 1012.4408 [hep-ph].
- ANDRAE, R.; SCHULZE-HARTUNG, T.; MELCHIOR, P. **Dos and don'ts of reduced chi-squared**. [S.l.: s.n.], 2010. arXiv: 1012.3754 [astro-ph.IM].
- ARTEAGA-ROMERO, N. et al. Photon-Photon Collisions, a New Area of Experimental Investigation in High-Energy Physics. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 3, p. 1569–1579, 7 abr. 1971. DOI: 10.1103/PhysRevD.3.1569.
- ASNER, D. et al. Higgs physics with a  $\gamma\gamma$  collider based on CLIC 1. **The European Physical Journal C**, Springer Science e Business Media LLC, v. 28, n. 1, p. 27–44, mai. 2003. arXiv: hep-ex/0111056 [hep-ex].
- BAER, H. et al. The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 2: Physics. Office of Scientific e Technical Information (OSTI), jun. 2013. arXiv: 1306.6352 [hep-ph].
- BALITSKY, I.; LIPATOV, L. The Pomernanchuk Singularity in Quantum Chromodynamics. **Sov. J. Nucl. Phys.**, v. 28, p. 822–829, 1978.
- BASSO, E. A. F.; GAY DUCATI, M. B.; DE OLIVEIRA, E. G. Inclusive hadron and photon production at the LHC in dipole momentum space. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 87, n. 7, abr. 2013. arXiv: 1212.5549 [hep-ph].
- Momentum space saturation model for deep inelastic scattering and single inclusive hadron production. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 84, n. 3, ago. 2011. arXiv: 1103.2145 [hep-ph].
- BEATA KRUPA, T. W.; ZAWIEJSKI, L.  $F_2^\gamma$  at the ILC, CLIC and FCC-ee. Edição: Albert de Roeck David d'Enterria e Michelangelo Mangano. Geneva, Switzerland: CERN Proceedings, 22 – 26 May 2017 2018. v. 1. DOI: <https://doi.org/10.23727/CERN-Proceedings-2018-001.19>.
- BERGER, C.; WAGNER, W. Photon-Photon Reactions. **Phys. Rept.**, v. 146, p. 1–134, 1987. DOI: 10.1016/0370-1573(87)90012-3.

- BETHKE, S. Experimental tests of asymptotic freedom. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, Elsevier BV, v. 58, n. 2, p. 351–386, abr. 2007. DOI: 10.1016/j.ppnp.2006.06.001.
- BÖHRER, A.; KRAWCZYK, M. SUMMARY OF PHOTON 2001. **Photon 2001**, WORLD SCIENTIFIC, jul. 2002. arXiv: hep-ph/0203231 [hep-ph].
- BOOS, E. et al. Gold-plated processes at photon colliders. **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment**, Elsevier BV, v. 472, n. 1-2, p. 100–120, out. 2001. arXiv: hep-ph/0103090 [hep-ph].
- BRODSKY, S. J.; FADIN, V. S. et al. High-energy QCD asymptotic behavior of photon-photon collisions. **Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters**, Pleiades Publishing Ltd, v. 76, n. 5, p. 249–252, set. 2002. DOI: 10.1134/1.1520615. arXiv: hep-ph/0207297 [hep-ph].
- BRODSKY, S. J.; KINOSHITA, T.; TERAZAWA, H. Two Photon Mechanism of Particle Production by High-Energy Colliding Beams. **Phys. Rev. D**, v. 4, p. 1532–1557, 1971. DOI: 10.1103/PhysRevD.4.1532.
- BUDNEV, V. et al. The two-photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation. **Physics Reports**, v. 15, n. 4, p. 181–282, 1975. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(75\)90009-5](https://doi.org/10.1016/0370-1573(75)90009-5).
- D'ENTERRIA, D.; MARTINS, D. E.; TELES, P. R. **Prospects for  $\gamma\gamma \rightarrow$  Higgs observation in ultraperipheral ion collisions at the Future Circular Collider**. [S.l.: s.n.], 2017. arXiv: 1712.10104 [hep-ph].
- DE OLIVEIRA, E. G. Efeitos nucleares no processo Drell-Yan: formalismos de dipolos de cor e de momentum transversal intrínseco, jan. 2010. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/24735>>.
- DEVENISH, R.; COOPER-SARKAR, A. **Deep Inelastic Scattering**. Edição: E.A. Niekisch. [S.l.]: Oxford University Press, 2004. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780198506713.001.0001.
- DONNACHIE, A.; DOSCH, H.; RUETER, M.  $\gamma^*\gamma^*$  reactions at high energies. **The European Physical Journal C**, Springer Science e Business Media LLC, v. 13, n. 1, p. 141–150, mar. 2000. arXiv: hep-ph/9908413 [hep-ph].



- DOSCH, H. Two-photon reactions at high energies. **Nuclear Physics B - Proceedings Supplements**, Elsevier BV, v. 96, n. 1-3, p. 118–127, abr. 2001. arXiv: hep-ph/0009035 [hep-ph].
- FINCH, A. **Tests of QCD in Two Photon Physics**. [S.l.: s.n.], 2001. arXiv: hep-ph/0102110 [hep-ph].
- FORSHAW, J. R.; ROSS, D. A. Diffraction. In: QUANTUM Chromodynamics and the Pomeron. [S.l.]: Cambridge University Press, 1997. p. 175–203. (Cambridge Lecture Notes in Physics). DOI: 10.1017/CB09780511524387.008.
- GINZBURG, I. F. **Two photon physics. Personal recollection**. [S.l.: s.n.], 2015. arXiv: 1508.06581 [hep-ph].
- GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low  $Q_2$  and its implications on diffraction. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 59, n. 1, nov. 1998. arXiv: hep-ph/9807513 [hep-ph].
- GOLEC-BIERNAT, K.; SAPETA, S. Saturation model of DIS: an update. **Journal of High Energy Physics**, Springer Science e Business Media LLC, v. 2018, n. 3, mar. 2018. arXiv: 1711.11360 [hep-ph].
- GONCALVES, V. P.; KRUMREICH, C. E.; SAUTER, W. K. Discrete BFKL approach for photon–photon interactions at high energies. **International Journal of Modern Physics A**, v. 35, n. 07, p. 2050047, 2020. DOI: 10.1142/S0217751X20500475.
- GONÇALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T.; SAUTER, W. K. Probing QCD dynamics in two-photon interactions at high energies. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, IOP Publishing, v. 34, n. 7, p. 1673–1682, mai. 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/34/7/008>>.
- GONÇALVES, V. P.; KUGERATSKI, M. S. et al. Non-linear QCD dynamics in two-photon interactions at high energies. **The European Physical Journal C**, Springer Science e Business Media LLC, v. 71, n. 10, out. 2011. arXiv: 1009.1112 [hep-ph].
- GONÇALVES, V. P.; MOREIRA, B. D. A phenomenological analysis of the nonperturbative QCD contributions for the photon wave function. **The European Physical Journal C**, Springer Science e Business Media LLC, v. 80, n. 6, jun. 2020. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-8043-2>>.

GONÇALVES, V. P.; SANTANA AMARAL, J. T. de. Effects of gluon number fluctuations on collisions at high energies. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 86, n. 5, set. 2012. arXiv: 1207.4779 [hep-ph].

GONÇALVES, V.; MACHADO, M. Dipole model for double meson production in two-photon interactions at high energies. **The European Physical Journal C**, Springer Science e Business Media LLC, v. 49, n. 3, dez. 2006. ISSN 1434-6052. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-006-0146-x>>.

GOUNARIS, G.; PORFYRIADIS, P.; RENARD, F. The  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$  process in the standard and SUSY models at high-energies. **Eur. Phys. J. C**, v. 9, p. 673–686, 1999. arXiv: hep-ph/9902230.

HARRIS, G. B. A. H.-J. W. F. E. **Mathematical methods for physicists : a comprehensive guide**. 7th ed. [S.l.]: Elsevier, 2012. ISBN 9780123846549,0123846544.

IANCU, E.; ITAKURA, K.; MUNIER, S. Saturation and BFKL dynamics in the HERA data at small-x. **Physics Letters B**, Elsevier BV, v. 590, n. 3-4, p. 199–208, jun. 2004. ISSN 0370-2693. arXiv: hep-ph/0310338 [hep-ph].

IANCU, E.; KUGERATSKI, M.; TRIANTAFYLLOPOULOS, D. Geometric scaling in Mueller–Navelet jets. **Nuclear Physics A**, Elsevier BV, v. 808, n. 1-4, p. 95–116, ago. 2008. arXiv: 0802.0343 [hep-ph].

IANCU, E.; VENUGOPALAN, R. The color glass condensate and high energy scattering in QCD. **Quark–Gluon Plasma 3**, WORLD SCIENTIFIC, p. 249–363, jan. 2004. arXiv: hep-ph/0303204 [hep-ph].

ICFA briefs on future prospect for the International Linear Collider. Disponível em: <<https://www.interactions.org/>>.

KANE, P. P.; BASAVARAJU, G. Possibilities of Observation of Nonlinear Quantum Electrodynamical Effects in Vacuum. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 39, p. 52–58, 1 jan. 1967. DOI: 10.1103/RevModPhys.39.52.

KHOZE, V. A. **QCD Physics at LEP 2**. [S.l.: s.n.], 1994. arXiv: hep-ph/9405328 [hep-ph].

[S.l.]. **The structure and interactions of the photon. Proceedings, International Conference including the 14th International Workshop on photon photon collisions, Photon 2001, Ascona, Switzerland, September 2-7, 2001.** Edição: M.N. Kienzle-Focacci e M. Wadhwa. [S.l.]: World Scientific, 2002.

Disponível em: <<https://cds.cern.ch/record/483454>>.

KŁUSEK-GAWENDA, M. et al. Double-photon exclusive processes with heavy-quark–heavy-antiquark pairs in high-energy Pb-Pb collisions at energies available at the CERN Large Hadron Collider. **Physical Review C**, American Physical Society (APS), v. 83, n. 2, fev. 2011. DOI: 10.1103/physrevc.83.024903.

KOLANOSKI, H. **Two-Photon Physics at  $e^+e^-$  Storage Rings.** 1. ed. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1984. v. 105. (Springer Tracts in Modern Physics). DOI: 10.1007/BFb0045900.

KOVCHEGOV, Y. V. Small- $x_F^2$  structure function of a nucleus including multiple Pomeron exchanges. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 60, n. 3, jun. 1999. arXiv: hep-ph/9901281 [hep-ph].

— Unitarization of the BFKL Pomeron on a nucleus. **Physical Review D**, American Physical Society, v. 61, n. 7, mar. 2000. ISSN 1089-4918. arXiv: hep-ph/9905214 [hep-ph].

KOVCHEGOV, Y. V.; LEVIN, E. Introduction: basics of QCD perturbation theory. In: **QUANTUM Chromodynamics at High Energy.** [S.l.]: Cambridge University Press, 2012. p. 1–21. (Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology). DOI: 10.1017/CB09781139022187.002.

KOZLOV, M.; SHOSHI, A.; XIANG, W. On possible implications of gluon number fluctuations in DIS data. **Journal of High Energy Physics**, Springer Science e Business Media LLC, v. 2007, n. 10, p. 020–020, out. 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/1126-6708/2007/10/020>>.

LAUB, C.; KUHL, T. L. **A Critical Look at the Fitting of Reflectivity Models using the Reduced Chi-Square Statistic.** Disponível em: <[https://web.archive.org/web/20161006144839/http://neutrons2.ornl.gov/workshops/sns\\_hfir\\_users/posters/Laub\\_Chi-Square\\_Data\\_Fitting.pdf](https://web.archive.org/web/20161006144839/http://neutrons2.ornl.gov/workshops/sns_hfir_users/posters/Laub_Chi-Square_Data_Fitting.pdf)>.

- LESIAK, T. Future  $e^+e^-$  Colliders at the Energy Frontier. **EPJ Web Conf.**, v. 206, p. 08001, 2019. DOI: 10.1051/epjconf/201920608001.
- LEVY, A. A comprehensive description of the photon structure function and photon-photon total cross section data. **Z. Phys. C - Particles and Fields**, v. 40, n. 1, p. 117–123, mar. 1988. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01559725>.
- MACHADO, M. V. Graviton production by two-photon processes in TeV-scale gravitational interactions. **Astronomische Nachrichten**, v. 338, nov. 2017. DOI: 10.1002/asna.201713429.
- MARQUET, C.; SOYEZ, G. The Balitsky–Kovchegov equation in full momentum space. **Nuclear Physics A**, Elsevier BV, v. 760, n. 1-2, p. 208–222, out. 2005. arXiv: hep-ph/0504080 [hep-ph].
- MOREIRA, M. A. O Modelo Padrão da Física de Partículas. pt. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, scielo, v. 31, p. 1306.1–1306.11, abr. 2009. DOI: 10.1590/S1806-11172009000100006.
- MUELLER, A. H. Small x Behavior and Parton Saturation: A QCD Model. **Nucl. Phys. B**, v. 335, p. 115–137, 1990. DOI: 10.1016/0550-3213(90)90173-B.
- NIKOLAEV, N.; SPETH, J.; ZOLLER, V. Predictions for high-energy real and virtual photon–photon scattering from color dipole BFKL–Regge factorization. **The European Physical Journal C**, Springer Science e Business Media LLC, v. 22, n. 4, p. 637–646, jan. 2002. arXiv: hep-ph/0001120 [hep-ph].
- NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. Color transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. Edição: I.M. Khalatnikov e V.P. Mineev. **Z. Phys. C**, v. 49, p. 607–618, 1991. DOI: 10.1007/BF01483577.
- ORR, L.; SCHUMM, B. **QCD and Two-Photon Physics**. Disponível em: <[http://scipp.ucsc.edu/~schumm/nlc/orange\\_qcd.ps](http://scipp.ucsc.edu/~schumm/nlc/orange_qcd.ps)>.
- SAHARA, R.; UEMATSU, T.; KITADONO, Y. Photon structure function in supersymmetric QCD revisited. **Physics Letters B**, Elsevier BV, v. 707, n. 5, p. 517–522, fev. 2012. arXiv: 1111.4765 [hep-ph].
- SALAM, G. P. **An introduction to leading and next-to-leading BFKL**. [S.l.: s.n.], 1999. arXiv: hep-ph/9910492 [hep-ph].

SANTANA AMARAL, J. T. de. Amplitudes de espalhamento na cromodinâmica quântica em altas energias no formalismo de dipolos, jan. 2008. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/14952>>.

SANTANA AMARAL, J. T. de; FAGUNDES, D. A.; MACHADO, M. V. T. **QCD traveling waves phenomenology revisited**. [S.l.: s.n.], 2020. arXiv: 2006.08423 [hep-ph].

SANTANA AMARAL, J. T. de; GAY DUCATI, M. B. et al.  $\gamma^*p$  cross section from the dipole model in momentum space. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 76, n. 9, nov. 2007. arXiv: hep-ph/0612091 [hep-ph].

SASAKI, K.; UEDA, T.; UEMATSU, T. Photon Structure Functions: past, present, future. Edição: David d'Enterria, Albert de Roeck e Michelangelo Mangano. **CERN Proc.**, v. 1, p. 7, 2018. DOI: 10.23727/CERN-Proceedings-2018-001.7.

SCHOPPER, H. **LEP: The lord of the collider rings at CERN 1980-2000: The making, operation and legacy of the world's largest scientific instrument**. [S.l.: s.n.], dez. 2009. DOI: 10.1007/978-3-540-89301-1.

SICKING, E.; STRÖM, R. From precision physics to the energy frontier with the Compact Linear Collider. **Nature Phys.**, v. 16, n. 4, p. 386–392, 2020. arXiv: 2001.05224 [physics.acc-ph].

SOYEZ, G. QCD at high energy: saturation and fluctuation effects. **Acta Phys. Polon. B37**, High Energy Physics - Phenomenology, p. 3477–3510, jan. 2006. arXiv: hep-ph/0610436v1 [hep-ph].

— Saturation QCD predictions with heavy quarks at HERA. **Physics Letters B**, Elsevier BV, v. 655, n. 1-2, p. 32–38, out. 2007. arXiv: 0705.3672 [hep-ph].

STAŚTO, A. M.; GOLEC-BIERNAT, K.; KWIECIŃSKI, J. Geometric Scaling for the Total  $\gamma^*p$  Cross Section in the Low  $x$  Region. **Physical Review Letters**, American Physical Society, v. 86, n. 4, p. 596–599, jan. 2001. DOI: 10.1103/physrevlett.86.596.

TÎMNEANU, N.; KWIECIŃSKI, J.; MOTYKA, L. Saturation model for two-photon interactions at high energies. **The European Physical Journal C**, Springer Science e Business Media LLC, v. 23, n. 3, p. 513–526, abr. 2002. arXiv: hep-ph/0110409 [hep-ph].